

LABORATORIUM KOMPUTEROWYCH UKŁADÓW STEROWANIA

Ćwiczenie 1

Metody dyskretyzacji transmitancji ciągłej i projektowania regulatora dyskretnego

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z metodami projektowania regulacji dyskretniej i przetestowanie ich na drodze symulacji komputerowej.

2. Metody dyskretyzacji transmitancji ciągłej

2.1 Metoda niezmienniczej odpowiedzi na wymuszenie schodkowe (zero-order-hold – ZOH)

Metoda ta opiera się na wymaganiu, aby w chwilach próbkowania sygnały wejściowe i wyjściowe: ciągłe transmitancji $G(s)$ i dyskretny jej odpowiednik $G_{ZOH}(z)$ były takie same, przy założeniu, że transmitancja ciągła jest sterowana sygnałem schodkowym. Przekształcenie opisuje wzór:

$$G_{ZOH}(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left[\frac{G(s)}{s} \right]$$

gdzie $Z[G(s)/s]$ jest transformatą Z odpowiadającą transformacji Laplace'a $G(s)/s$ zgodnie z Tabelą na rys.1.

Metodę ZOH stosuje się do dyskretyzacji modelu obiektu sterowanego z przetwornika C/A typu ZOH przy projektowaniu regulacji w dziedzinie czasu dyskretnego. Daje ona dokładny model transmitancji dyskretniej widzianej „z zacisków komputera” w momentach próbkowania.

2.2 Aproksymacje wynikające z metod całkowania numerycznego

Są to metody przybliżone, które wynikają z różnych aproksymacji pochodnej w równaniu różniczkowym odpowiadającym transmitancji ciągłej $G(s)$.

Metoda Eulera różnic do przodu (metoda prostokątów *forward Euler*)

Dyskretyzację przeprowadza się przez podstawienie:

$$G_{FE}(z) = G(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{T_s}}$$

Uwaga: Metoda *forward Euler* stosowana ze zbyt dużym okresem próbkowania T_s może dać niestabilny odpowiednik dyskretny stabilnej transmitancji ciągłej.

Metoda Eulera różnic wstecznych (metoda prostokątów *backward Euler*)

Dyskretyzację przeprowadza się przez podstawienie:

$$G_{BE}(z) = G(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{zT_s}}$$

Metoda Tustina (metoda trapezów lub odwzorowania biliniowego)

Dyskretyzację przeprowadza się przez podstawienie:

$$G_T(z) = G(s) \Big|_{s=\frac{2}{T_s} \cdot \frac{z-1}{z+1}}$$

Uwaga: Metoda Tustina zachowuje stabilność/niestabilność transmitancji ciągłej, ale cechuje się nieliniowym przekształceniem skali pulsacji ciągłych ω_a na pulsacje ω_d transmitancji dyskretniej:

$$\omega_d = \frac{2}{T_s} \cdot \arctg \frac{\omega_a T_s}{2}$$

Podstawienia stosowane w prezentowanych dyskretyzacjach są prostymi rachunkowo przybliżeniami odwzorowania $z=e^{sT}$ stosowanego w metodzie odwzorowania zer i biegunów. Aproksymacje wynikające z metod całkowania numerycznego stosuje się do dyskretyzacji transmitancji ciągłych regulatorów zaprojektowanych w dziedzinie czasu ciągłego (metoda dyskretnej emulacji regulacji analogowej). Nie czyni się założeń co do formy sygnału wejściowego do pierwotnej transmitancji ciągłej $G(s)$ (transmitancji regulatora).

Metoda odwzorowania zer i biegunów (*pole-zero matching*)

Metoda ta jest rozszerzeniem na transmitancje odwzorowania $z=e^{sT}$ biegunów transformacji sygnałów ciągłego i dyskretyzowanego. W taki sam sposób odwzorowuje się też skończone zera transmitancji. Zera $G(s)$ leżące w nieskończoności (ich liczba odpowiada różnicy stopni mianownika i licznika $r=stL(s)-stM(s)$) są odwzorowywane na zera $z=-1$ transmitancji dyskretniej – w liczniku $G_{ZP}(z)$ dopisuje się czynnik $(z+1)^r$ zrównujący stopnie jej licznika i mianownika.

Współczynnik wzmocnienia transmitancji $G_{ZP}(z)$ wybiera się w taki sposób, aby jej wzmocnienie odpowiadało wzmocnieniu transmitancji ciągłej $G(s)$ dla określonej częstotliwości, zwykle wzmocnieniu DC:

$$G(s)|_{s=0} = G_{ZP}(z)|_{z=1}$$

Metodę tę stosuje się również do dyskretyzacji transmitancji ciągłych regulatorów zaprojektowanych w dziedzinie czasu ciągłego.

3. Metodologie projektowania regulacji dyskretniej

Na rys.2 przedstawione są dwa podstawowe podejścia do projektowania kompensacji (regulacji) dyskretniej dla obiektu, którego modelem jest transmitancja ciągła $G(s)$. Metoda „emulacji analogowej” polega na zaprojektowaniu ciągłej transmitancji kompensatora, a następnie dokonaniu jej dyskretyzacji. Stosuje się zwykle jedną z metod wynikających z całkowania numerycznego, tzn. metodę prostokątów (Eulera) lub trapezów (przekształcenie biliniowe). Istotne jest to, że przy takim projektowaniu nie bierze się pod uwagę opóźnienia wnoszonego przez przetwornik A/C (ekstrapolator zerowego rzędu), tj. braku reakcji układu regulacji na zmiany sygnału sterowanego $y(t)$ pomiędzy chwilami próbkowania $t_n=nT_s$. W związku z tym okres próbkowania musi być odpowiednio mały, a jakość regulacji dyskretniej nie jest lepsza, niż regulacja analogowa, której ona odpowiada. Jeżeli okres próbkowania T_s jest większy niż ok. 1/10 dominującej stałej czasowej obiektu, to nie wzięcie go pod uwagę może spowodować istotne pogorszenie stabilności układu zamkniętego.

Alternatywne podejście polega na tym, że rozpoczyna się od wyznaczenia modelu dyskretnego (transmitancji dyskretniej) obiektu analogowego widzianego „z zacisków komputera” dla założonego okresu próbkowania, a następnie projektuje algorytm regulacji dla dyskretnego układu zamkniętego. Uwzględniając fakt, że obiekt jest sterowany sygnałem schodkowym z przetwornika C/A, do dyskretyzacji stosuje się metodę równoważnej odpowiedzi na wymuszenie schodkowe (metodę ZOH, wzór (1)), która zapewnia w chwilach próbkowania $t_n= nT_s$ jednakowe wartości sygnału $y(t)$ na wyjściu układu $G(s)$ oraz sygnału $y(n)$ na wyjściu jego dyskretnego odpowiednika $H(z)$. Wzięcie pod uwagę schodkowego przebiegu sygnału sterującego $u(t)$ powoduje, że można przyjąć dłuższy okres próbkowania, co zmniejsza wymagania dotyczące mocy obliczeniowej procesora oraz szybkości zastosowanych przetworników. Co ważniejsze, istnieje możliwość stosowania algorytmów regulacji, które nie mają odpowiednika analogowego, np. regulacji „dead-beat”.

Laplace Transforms and z-transforms of Simple Discrete Time Functions

$F(s)$ is the Laplace transform of $f(t)$, and $F(z)$ is the z-transform of $f(kT)$. Note: $f(t) = 0$ for $t = 0$.

Number	$\mathcal{F}(s)$	$f(kT)$	$F(z)$
1		$1, k = 0; 0, k \neq 0$	1
2		$1, k = k_0; 0, k \neq k_0$	z^{-k_0}
3	$\frac{1}{s}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
4	$\frac{1}{s^2}$	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
5	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{2!}(kT)^2$	$\frac{T^2}{2} \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
6	$\frac{1}{s^4}$	$\frac{1}{3!}(kT)^3$	$\frac{T^3}{6} \frac{z(z^2+4z+1)}{(z-1)^4}$
7	$\frac{1}{s^m}$	$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!} \left(\frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}} e^{-akT} \right)$	$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!} \left(\frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}} \frac{z}{z-e^{-aT}} \right)$
8	$\frac{1}{s+a}$	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
9	$\frac{1}{(s+a)^2}$	kTe^{-akT}	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
10	$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{1}{2}(kT)^2 e^{-akT}$	$\frac{T^2}{2} e^{-aT} z \frac{(z+e^{-aT})}{(z-e^{-aT})^3}$
11	$\frac{1}{(s+a)^m}$	$\frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!} \left(\frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}} e^{-akT} \right)$	$\frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!} \left(\frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}} \frac{z}{z-e^{-aT}} \right)$
12	$\frac{a}{s(s+a)}$	$1 - e^{-akT}$	$\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
13	$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a}(akT - 1 + e^{-akT})$	$\frac{z[(aT-1+e^{-aT})z + (1-e^{-aT}-aTe^{-aT})]}{a(z-1)^2(z-e^{-aT})}$
14	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$e^{-akT} - e^{-bkT}$	$\frac{(e^{-aT} - e^{-bT})z}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
15	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$(1-akT)e^{-akT}$	$\frac{z[z - e^{-aT}(1+aT)]}{(z-e^{-aT})^2}$
16	$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$	$1 - e^{-akT}(1+akT)$	$\frac{z[z(1-e^{-aT}-aTe^{-aT}) + e^{-2aT} - e^{-aT} + aTe^{-aT}]}{(z-1)(z-e^{-aT})^2}$
17	$\frac{(b-a)s}{(s+a)(s+b)}$	$be^{-bkT} - ae^{-akT}$	$\frac{z[z(b-a) - (be^{-aT} - ae^{-bT})]}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
18	$\frac{a}{s^2+a^2}$	$\sin akT$	$\frac{z \sin aT}{z^2 - (2 \cos aT)z + 1}$
19	$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos akT$	$\frac{z(z - \cos aT)}{z^2 - (2 \cos aT)z + 1}$
20	$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-akT} \cos bkT$	$\frac{z(z - e^{-aT} \cos bT)}{z^2 - 2e^{-aT}(\cos bT)z + e^{-2aT}}$
21	$\frac{b}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-akT} \sin bkT$	$\frac{ze^{-aT} \sin bT}{z^2 - 2e^{-aT}(\cos bT)z + e^{-2aT}}$
22	$\frac{a^2+b^2}{s[(s+a)^2+b^2]}$	$1 - e^{-akT} \left(\cos bkT + \frac{a}{b} \sin bkT \right)$	$\frac{z(Az+B)}{(z-1)[z^2 - 2e^{-aT}(\cos bT)z + e^{-2aT}]}$ $A = 1 - e^{-aT} \cos bT - \frac{a}{b} e^{-aT} \sin bT$ $B = e^{-2aT} + \frac{a}{b} e^{-aT} \sin bT - e^{-aT} \cos bT$

Rys.1. Tabela transformat Laplace'a oraz transformat Z odpowiadających sobie sygnałów ciągłych i dyskretnych (po próbkowaniu z okresem T)

4. Zadanie projektowe

Zaprojektować cyfrowy kompensator I rzędu do modelu układu sterowania ruchomej anteny satelitarnej śledzącej sygnały z satelity komunikacyjnego (rys.3). W uproszczonym modelu antena i części układu napędowego mają moment bezwładności J oraz tłumienie B wynikające z SEM silnika prądu stałego oraz z oporu aerodynamicznego. Równanie ruchu ma postać:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} = T_n + T_z$$

gdzie θ jest kątem nachylenia anteny (wielkością regulowaną), T_n jest wypadkowym momentem napędowym (sygnałem sterującym), zaś T_z - momentem zakłócającym wywołanym przez wiatr. Po wprowadzeniu oznaczeń:

$$B / J = c, \quad u = T_n / B, \quad w_z = T_z / B$$

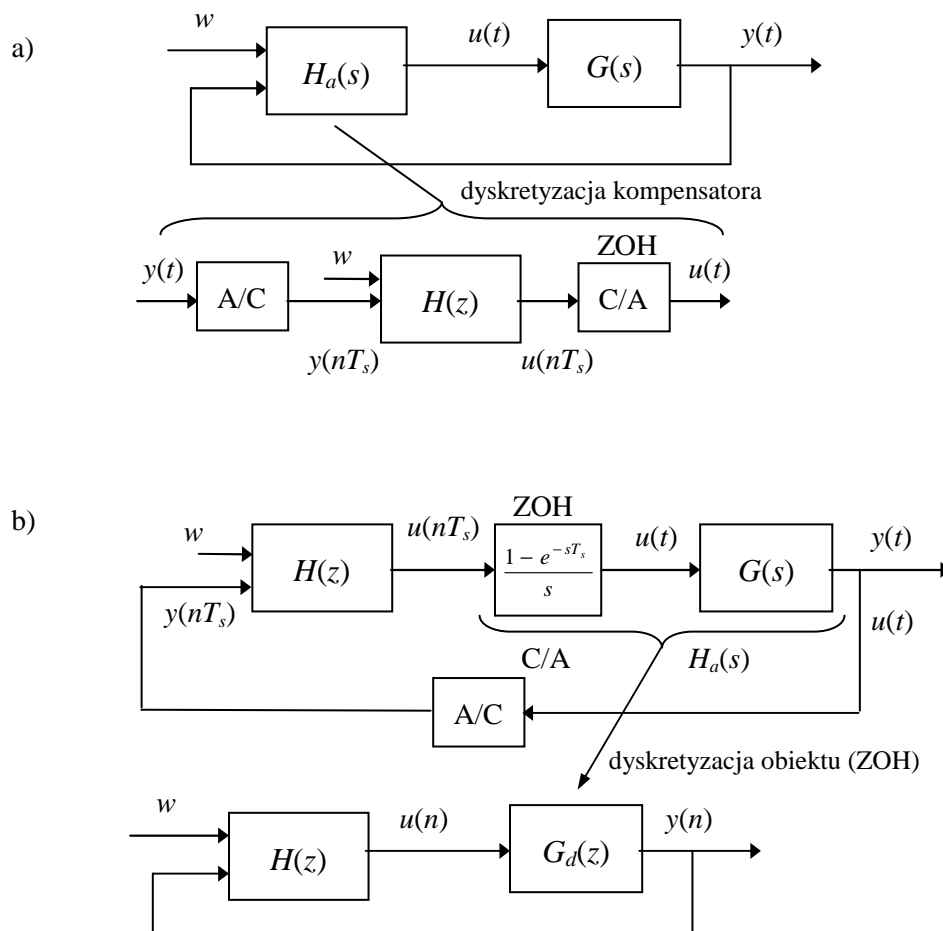
i zastosowaniu przekształcenia Laplace'a równanie przyjmuje postać:

$$\theta(s) = \frac{1}{s(s/c + 1)} [u(s) + w_z(s)],$$

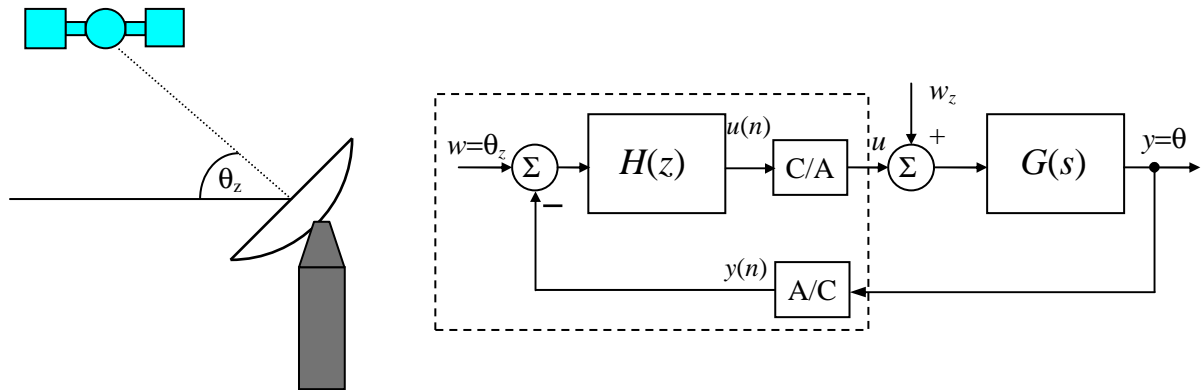
skąd, przy zakłóceniu $w_z=0$, otrzymujemy transmitancję obiektu od u do θ postaci

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{u(s)} = \frac{1}{s(s/c + 1)}$$

gdzie przyjmiemy $c=0.2$, czyli $G(s) = 1/s(5s + 1)$. Sygnałem zadanym jest rzeczywisty azymut satelity $w=\theta_z$.



Rys.2. Metody projektowania kompensacji: a) emulacja regulacji analogowej – projektowanie kompensatora analogowego, a następnie jego dyskretyzacja, b) projektowanie dyskretne – poprzedzone dyskretyzacją obiektu sterowanego z przetwornika C/A o charakterystyce ZOH (zero order hold)



Rys.3. Schemat układu regulacji śledzącej anteny satelitarnej

Przyjąć szybkość zmian położenia satelity $\theta_z(t)=0.01t$ [rad/s] i zaproponować dyskretną kompensację $D(z)$ zapewniającą spełnienie następujących wymagań co do jakości regulacji:

1. Błąd śledzenia e_{ust} w stanie ustalonym przy wymuszeniu $\theta_z(t)$ jak wyżej ≤ 0.01 rad. Oznacza to, że współczynnik uchybu prędkościowego $k_v \geq 1$, ponieważ

$$e_{ust} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{0.01 \cdot Tz}{(z-1)[1 + H(z)G_d(z)]} \stackrel{def}{=} \frac{0.01}{k_v}, \quad G_d(z) = \frac{z-1}{z} Z \left[\frac{G(s)}{s} \right] \quad (1)$$

(T jest okresem próbkowania).

2. Przeregulowanie M_p przy wymuszeniu skokowym $\leq 16\%$.

Zgodnie z przybliżoną zależnością dla układu oscylacyjnego II rzędu $\zeta \cong 0.6(1 - M_p/100)$, co oznacza, że wymagany względny współczynnik tłumienia $\zeta \geq 0.5$

3. Czas ustalania się odpowiedzi skokowej, tj. czas regulacji (z dokładnością 1%) $t_r \leq 10$ s.

Ponieważ przyjmuje się $t_r = 4.6 / (\zeta \omega_n)$, więc w przybliżeniu wymagana pulsacja drgań naturalnych $\omega_n \geq 0.92$ (przyjmować $\omega_n \geq 1$). Odwzorowanie biegunów z płaszczyzny S na Z opisuje wzór $z = e^{sT}$, więc z wymagania 3 wynika, że odległość biegunów zamkniętego układu dyskretnego od początku układu współrzędnych $|z| = r = e^{-\zeta \omega_n T}$, skąd przy $T=1$ s dostajemy odległość $r \leq 0.6$.

5. Program realizacji ćwiczenia

Uruchomić program MATLAB (v.5.3).

Z menu **File|Open** można otworzyć model symulacyjny (schemat blokowy) .mdl lub program skryptowy .m.

Program skryptowy można uruchomić bezpośrednio z edytora *Matlab Editor* poleceniem **Tools|Run**. Symulację uruchamia się (przerywa) za pomocą Ctrl+T, poleceniem **Start/Stop** z menu **Simulation** lub przyciskiem ►/■ na belce okna modelu.

Wykresy zapisuje się do schowka poleceniem **Edit|Copy Figure**.

Parametry poszczególnych bloków można modyfikować w oknie parametrów po dwukrotnym kliknięciu myszą na wybranym bloku schematu.

Uwaga: Blok *Transfer Fcn S-to-Z-domain* umożliwia automatyczną dyskretyzację transmitancji ciągłej $G(s)$, tzn. obliczenie parametrów jej dyskretnego odpowiednika $G_d(z)$ dla zadanej metody (np. po każdej zmianie okresu próbkowania T):

zoh - równoważności odpowiedzi na wymuszenie schodkowe (ekstrapolacja zerowego rzędu),

foh - równoważności odpowiedzi na wymuszenie kawałkami liniowe (ekstrapolacja I rzędu),
 tustin - metoda Tustina (odwzorowania biliniowego),
 matched - metoda odpowiedniości zer i biegunów.

Układ przedstawiony na rys.2 jest zamodelowany w pliku SIMULINKa danten.m w formie dwóch równoległych układów: z regulatorem dyskretnym (u góry) oraz z regulatorem ciągłym dla porównania (u dołu).

1. Metody dyskretyzacji transmitancji układów ciągłych

a) otworzyć schemat blokowy modelu symulacyjnego discretiz.mdl:
 >>discretiz

i zarejestrować odpowiedzi transmitancji ciągłej $G(s)$ układu oscylacyjnego II rzędu (z $\zeta=0.5$ i $\omega_n=1$)

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

i jej dyskretnych odpowiedników $G_d(z)$ na wymuszenie:

1 – skokowe, 2 – harmoniczne o częstotliwości $\omega=1$ rad/s

Przełącznik wyboru sygnału wejściowego przełącza się po dwukrotnym kliknięciu myszką na obszarze bloku *Manual Switch*. Okno przebiegów oscyloskopu *Scope* kopiuje się do schowka poleceniem **Edit|Copy Figure**. (W **Edit|Copy Options** zaznaczyć *Windows metafile* i *White background*.)

W blokach transmitancji dyskretnych (*zoh*, *tustin/matched*, *forward Euler*) ustawić okres próbkowania (*Sample time*) $T=0.2$.

Kolory sygnałów: zielony – sygnał z transmitancji ciągłej
 niebieski – sygnał z transmitancji zdyskretyzowanej metodą ‘zoh’,
 czerwony – sygnał z transmitancji zdyskretyzowanej metodą ‘tustin’/‘matched’
 magenta - sygnał z transmitancji zdyskretyzowanej metodą ‘forward Euler’,
 cyan – sygnał wejściowy transmitancji.

b) powtórzyć symulacje dla okresu próbkowania $T=1$ s (pamiętać o zmianie okresu próbkowania w blokach wszystkich transmitancji dyskretnych.

☞ Porównać sygnały wyjściowe poszczególnych transmitancji dyskretnych z sygnałem wyjściowym transmitancji ciągłej (dokładność odwzorowania) dla obu okresów próbkowania. Czy $T=1$ jest poprawnym wyborem w przypadku rozważanej transmitancji ciągłej?

2. Projektowanie regulacji metodą dyskretnej emulacji regulacji analogowej

a) otworzyć schemat blokowy modelu symulacyjnego danten.mdl:
 >>danten

i zarejestrować schemat modelu (polecenie **Edit|Copy Model**).

b) zaprojektować kompensator ciągły o transmitancji:

$$H_a(s) = K \frac{s/b + 1}{s/a + 1} \quad (2)$$

1- z zerem $b=0.2$ dokładnie kasującym biegun $c=0.2$ transmitancji obiektu oraz $a=1$.

2- z zerem $b=0.25$ położonym blisko bieguna $c=0.2$ transmitancji obiektu oraz $a=2$.

Zarejestrować linie pierwiastkowe i charakterystyki Bodego układu ciągłego.

Z okna komend MATLABa, otworzyć plik skryptowy danten1.m (polecenie **File|Open M-file**) i wpisać parametry $H_a(s)$ do zmiennych licznHa, mianHa - wektorów współczynników odpowiednio licznika i mianownika transmitancji $H_a(s)$ w kolejności malejących potęg s , np. licznHa=[5, 1]; mianHa=[1, 1]; w przypadku b1, gdzie $H_a(s)=(5s+1)/(s+1)$.

Uruchomić skrypt z edytora (**Tools|Run**) lub z okna komend:

>>danten1

Na podstawie przebiegu linii pierwiastkowych i/lub wartości wylistowanych na ekranie w formie

K biegun1 biegun2 ...

sprawdzić, dla jakich wartości K (w badanym zakresie) układ ciągły spełnia wymagania zadania dotyczące ζ i ω_n . Wykres linii pierwiastkowych jest wykreślany z siatką (*s-grid*) $\zeta=\text{const}$ (półproste wychodzące z początku układu: od pionowej $\zeta=0$ do poziomej $\zeta=1$, z krokiem 0.1) i $\omega_n=\text{const}$ (półokręgi o promieniu równym ω_n). Należy ustawić kursor w kształcie krzyża w punkcie na linii pierwiastkowej spełniającym warunki (tj. $\zeta \geq 0.5$, $\omega_n \geq 1$) i kliknąć myszką. Spowoduje to podanie w oknie komend Matlaba wartości biegunów i wsólczynnika wzmocnienia K .

Na podstawie charakterystyk częstotliwościowych Bodego określić zapas stabilności (zapas fazy powyżej -180° na wykresie charakterystyki fazowej dla ω_c (moduł $|G_d(\omega_c)|=0\text{dB}$) i zapas modułu na wykresie charakterystyki amplitudowej dla ω_π (faza $\varphi(\omega_\pi)=-180^\circ$)).

c) w modelu symulacyjnym `dant en` dokonać dyskretyzacji kompensatora $H_a(s) \rightarrow H(z)$ dla wybranej wartości K metodą (wskazaną przez prowadzącego)

- 1- odwzorowania zer i biegunów ('`matched`'),
- 2- trapezów (Tustina: '`tustin`').

Jest to realizowane automatycznie przez wpisanie wektorów współczynników licznika (ang. *numerator*, w rozpatrywanym przypadku $K*[5, 1]$) i mianownika (ang. *denominator*, $[1, 1]$) transmitancji ciągłej $H_a(s)$ i wybranie metody dyskretyzacji oraz okresu próbkowania T_s jako parametrów bloku kompensatora *Transfer Fcn S-to-Z-domain* symulowanego modelu.

Przełącznik wyboru regulatora (Pkt. 1 lub 2) ma być ustawiony w położenie *Transfer Fcn S-to-Z-domain* (dwukrotne kliknięcie przełącza stan przełącznika).

W oknie komend zadać wartość współczynnika skalowania Sk sygnału regulacji w modelu `dant en` dla odpowiedzi skokowej:

```
>>Sk=0.2;
```

Podłączyć na wejściu układu blok wymuszenia skokowego i zarejestrować odpowiedzi skokowe układu dla okresu próbkowania (zakłócenie $w_z=0$, blok wzmacniacza $K_w=1$):

- 1- $T=0.2\text{s}$ - szybkie próbkowanie (częstotliwość próbkowania $\Omega=20\omega_n=20\text{rad/s}$),
- 2- $T=1\text{s}$ - wolne próbkowanie ($\Omega=6\omega_n=6\text{rad/s}$),

Porównać jakość regulacji dyskretniej dla obu okresów próbkowania z jakością regulacji ciągłej.

☞ Czy dla $T=1$ spełnia ona postawione wymagania?

Przy zmianach parametrów odnotowywać transmitancję $H(z)$ podawaną na bloku *Transfer Fcn S-to-Z-domain*.

Kolory sygnałów: czerwony – wielkość regulowana regulatorem dyskretnym,
 magenta - wielkość regulowana regulatorem ciągłym,
 niebieski – sygnał sterujący regulatora dyskretnego,
 cyan – sygnał sterujący regulatora ciągłego.

d) zarejestrować odpowiedzi na wymuszenie liniowo narastające $\theta_z(t)=0.01t$ ustawiając przełącznik na wymuszenie piłokształtne dla okresów próbkowania jak wyżej, przy czym w oknie komend zadać wartość współczynnika skalowania Sk sygnału regulacji w modelu `dant en` dla odpowiedzi liniowo-czasowej:

```
>>Sk=1;
```

e*) zarejestrować odpowiedzi na stałe zakłócenie (blok zakłócenia $w_z=1$) przy zerowym sygnale zadany (blok wzmacniacza $K_w=0$) dla okresów próbkowania jak wyżej.

f) powtórzyć obliczenia z podpunktów 2.b-2.e dla zera $b=0.25$ i bieguna $a=2$ (`liczHa=[4, 1]`, `mianHa=[0.5, 1]`).

3. Projektowanie regulacji dyskretniej metodą linii pierwiastkowych na płaszczyźnie z

Zakładamy, że regulator będzie projektowany dla okresu próbkowania $T=1\text{s}$.

a) otworzyć plik skryptowy `danten2.m` (polecenie **File|Open M-file**) i wpisać parametry dyskretnego kompensatora $H(z) = K_d \frac{z-q}{z-p}$ zanonowane w pkt.1c dla $T=1s$ do zmiennych `liczH`,

`mianH` - wektorów współczynników odpowiednio licznika i mianownika $H(z)$ (bez wyłączonego przed nawias K_d), w kolejności malejących potęg z , np. `liczH=[1 -0.82]`; `mianH=[1 -0.33]`, dla $q=0.82, p=0.33$. Uruchomić skrypt z eytora lub z okna komend:

```
>>danten2
```

Zarejestrować linie pierwiastkowe i charakterystyki Bodego układu w pełni dyskretnego (z obiektem $G_d(z)$ zdyskretyzowanym metodą równoważności skokowej - *zero order hold*). Na wykresie linii pierwiastkowych na płaszczyźnie Z zaznaczyć jak w pkt.2 bieguny układu zamkniętego zapewniające możliwie najbardziej *zbliżone* do wymaganych wartości r, ζ i ω_n posługując się siatką *z-grid* (rys. 4). Dla $T=1$ otrzymujemy warunek $\omega_n=1 \approx 3\pi/(10T)$. Odczytać potrzebny do ich uzyskania współczynnik wzmocnienia K_d .

☞ Czy dla wybranych parametrów T, q, p regulacja jest w stanie spełnić wymagania dla jakiegokolwiek wartości K_d ?

Na podstawie charakterystyk częstotliwościowych Bodego określić zapas stabilności i współczynnik uchybu prędkościowego k_v . Zwrócić uwagę na okresowość charakterystyk układu dyskretnego.

W modelu symulacyjnym `danten` przełączyć przełącznik z wyjścia bloku *Transfer Fcn S-to-Z-domain* na wyjście bloku *Discrete Transfer Fcn*.

Wpisać do tego bloku odpowiednie parametry licznika $K_d*[1 -q]$ i mianownika $[1 -p]$ nowego regulatora i zarejestrować odpowiedź skokową ($Sk=0.2$).

b) przesunąć biegun regulatora do $p=0.05$ (dokonać edycji wektora `mianH` w programie `danten2.m` na `[1 -0.05]` i takiej samej edycji parametrów bloku *Discrete Transfer Fcn* w modelu `danten.mdl`) i powtórzyć czynności z pkt. 3a.

c) zarejestrować odpowiedź na wymuszenie liniowo narastające $\theta_x(t)=0.01t$ ustawiając przełącznik na wymuszenie piłokształtne ($Sk=1.0$).

☞ Czy po modyfikacji parametru p regulacja w pkt. 3b-c jest w stanie spełnić postawione wymagania?

d) przesunąć biegun transmitancji regulatora do punktu $p=-0.5$ (zmiana znaku bieguna: `mianH=[1 0.5]`) i powtórzyć czynności z pkt. 3b z symulacją odpowiedzi skokowej ($Sk=0.2$).

☞ Ocenić jakość regulacji. Zwrócić uwagę na wzrost początkowej amplitudy sterowania.

e) przesunąć biegun transmitancji regulatora do punktu $p=-0.8$ (`mianH=[1 0.5]`) i powtórzyć czynności z pkt. 3d. ☞ Zaobserwować efekt "dzwonienia" (zmiany znaku co okres próbkowania) sygnału sterującego u na wyjściu regulatora.

4. Projektowanie regulacji dyskretniej *dead-beat*

Zakładamy, że regulator *dead-beat* będzie projektowany dla obiektu ciągłego o transmitancji

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{u(s)} = \frac{1}{10s^2 + s}$$

i okresów próbkowania $T=1$ i $2s$. W oknie komend Matlaba wpisać współczynniki $G(s)$ i T :

```
>>liczG=[1]; mianG=[10 1 0];
>>T=1;
```

i wyznaczyć jej dyskretny odpowiednik $G_d(z)$ metodą ZOH:

```
>>[liczGd, mianGd]=c2dm(liczG,mianG,T,'zoh')
```

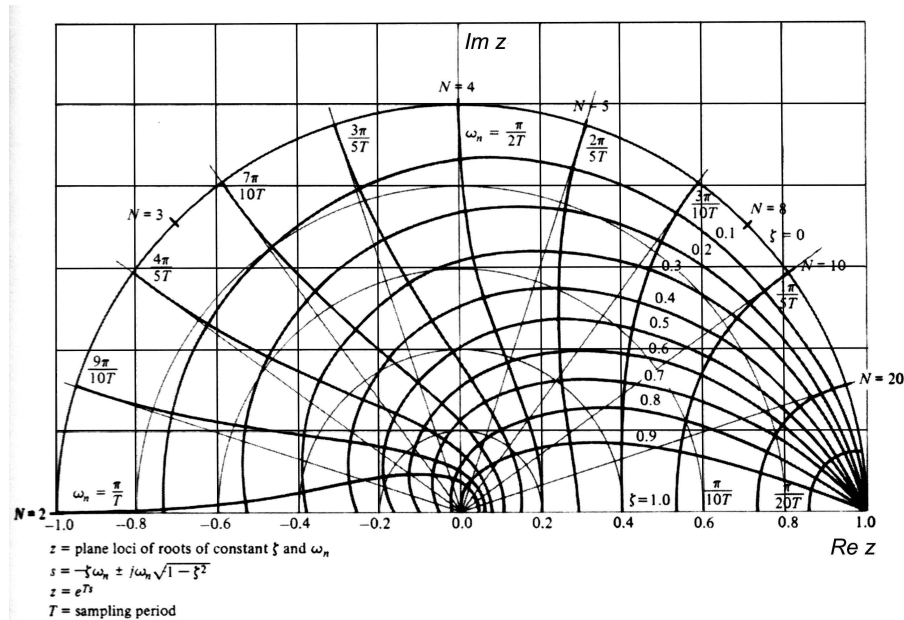
Wyznaczyć współczynniki transmitancji regulatora *dead-beat* $H(z)$:

```
>>[liczH, mianH]=deadbeat(liczGd,mianGd)
```


Pokazane w oknie komend współczynniki regulatora i okres próbkowania T wpisać do bloku *Discrete Transfer Fcn* modelu symulacyjnego dan ten i przeprowadzić symulację odpowiedzi skokowej.

Powtórzyć obliczenia dla okresu próbkowania $T=2s$ (od wpisania $T=2$).

☞ Porównać amplitudy sygnału sterującego w obu przypadkach (pamiętając o skalowaniu $Sk=0.2$) i sprawdzić, czy nie następuje ograniczenie sterowania przez blok nieliniowy wzmacniacz z nasyceniem *Saturation*.



Rys. 4. Siatka z -grid linii $\zeta=\text{const}$ (krzywe wychodzące z punktu $1+j0$), $\omega_n=\text{const}$ (krzywe promieniste) oraz półokręgi $r=\text{const}$ na płaszczyźnie Z .

6. Opracowanie sprawozdania

Opracować i przeanalizować wyniki symulacji przeprowadzonych w ćwiczeniu. Porównać skuteczność rozpatrywanych metod projektowania regulacji.

LITERATURA

1. Brzózka J.: *Regulatory cyfrowe w automatyce*, Wyd. MIKOM, 2002.
2. Brzózka J.: *Regulatory i układy automatyki*, Wyd. MIKOM, 2004.
3. Kaczorek T.: *Teoria układów regulacji automatycznej*, WNT, 1974.
4. Mrozek B, Mrozek Z.: *MATLAB 5.x SIMULINK 2.x, Poradnik użytkownika*, Wyd. PLJ, 1998.
5. Osowski S.: *Modelowanie układów dynamicznych z zastosowaniem języka SIMULINK*, Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1997.
6. Papoulis A.: *Obwody i układy*, WKiŁ, 1988.

Opracował:
Dr inż. Janusz Baran