

LABORATORIUM TEORII STEROWANIA

Ćwiczenie 1

CS

Charakterystyki czasowe członów dynamicznych

1. Cel ćwiczenia

- Zapoznanie się z charakterystykami czasowymi podstawowych członów dynamicznych.
- Przeprowadzenie pomiarów charakterystyk czasowych członów w postaci układów elektrycznych RC.
- Nabycie umiejętności określania parametrów transmitancji członów na podstawie zmierzonych charakterystyk czasowych.

2. Podstawy teoretyczne

Teoria automatycznego sterowania klasyfikuje układy sterowania pod względem *właściwości dynamicznych*, opisanych równaniami różniczkowymi. Te same równania mogą opisywać układy o różnej strukturze fizycznej (np. układ masa – sprężyna z tłumieniem drgań i obwód elektryczny RLC) - mówi się wówczas o analogii pomiędzy tymi układami. Analogie pozwalają na budowę i badanie modeli układów zamiast samych układów.

Układy opisane liniowymi równaniami różniczkowymi o stałych współczynnikach nazywają się *układami liniowymi stacjonarnymi*. Jeżeli współczynniki te zmieniają się w czasie, lecz nie są zależne od wielkości wejściowych ani wyjściowych układ nazywany jest *niestacjonarnym*. Układy opisane równaniami nieliniowymi noszą nazwę *układów nieliniowych*.

Dla układu liniowego, stacjonarnego i jednowymiarowego, tj. o jednym wejściu i jednym wyjściu zależność pomiędzy sygnałem wyjściowym $y(t)$ (odpowiedzią układu) i wejściowym $x(t)$ (wymuszeniem) określona jest ogólnym równaniem:

$$a_n \cdot \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots a_1 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + a_0 \cdot y(t) = b_m \cdot \frac{d^m x(t)}{dt^m} + \dots b_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + b_0 \cdot x(t) \quad (1.1)$$

gdzie:

$a_i, i = 0 \dots n$ - stałe współczynniki, zależne od struktury i od wartości parametrów układu;

$b_j, j = 0 \dots m$ - stałe współczynniki, zależne od źródła sygnału wejściowego oraz od wartości parametrów układu i jego struktury.

Rząd n najwyższej pochodnej sygnału wyjściowego występującej w równaniu nazywamy rzędem układu.

Poddając obie strony równania różniczkowego (1.1) przekształceniu Laplace'a dla zerowych warunków początkowych dostaniemy:

$$M(s) \cdot Y(s) = N(s) \cdot X(s) \quad (1.2)$$

$$\text{gdzie} \quad M(s) = a_n s^n + \dots a_1 s + a_0 \quad (1.3)$$

$$N(s) = b_m s^m + \dots b_1 s + b_0 \quad (1.4)$$

Stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego $Y(s)$ układu do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego $X(s)$, przy zerowych warunkach początkowych nazywamy **transmitancją operatorową układu**.

$$G(s) \equiv \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{N(s)}{M(s)} \quad (1.5)$$

Transmitancja operatorowa jest funkcją wymierną zmiennej zespolonej s . Ma ona postać ilorazu dwóch wielomianów stopnia m oraz n , przy czym dla układów realizowalnych fizycznie zawsze stopień wielomianu licznika m jest niższy lub co najwyżej równy stopniowi wielomianu mianownika n . Transmitancja operatorowa układu nie zależy od transformacji wielkości wejściowej i wyjściowej. Dla danego układu jest ona wielkością stałą, zależną jedynie od natury fizycznej układu, a więc od równania różniczkowego i parametrów układu (współczynniki wielomianów $N(s)$ i $M(s)$ są przeważnie prostymi funkcjami parametrów – pojemności, indukcyjności, rezystancji, masy itp.). Można zatem powiedzieć, że *transmitancja operatorowa określa właściwości dynamiczne układu. Znając transmitancję układu można wyznaczyć odpowiedź układu na dowolny sygnał wejściowy $x(t)$* :

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)] = L^{-1}[G(s)X(s)] \quad (1.6)$$

gdzie L^{-1} - operator odwrotnego przekształcenia Laplace'a.

2.1 Najważniejsze charakterystyki czasowe

Charakterystyką czasową układu nazywamy przebieg w czasie odpowiedzi układu na określony sygnał wejściowy, podany na wejście układu będącego w stanie równowagi.

Stosowanie tych samych sygnałów wejściowych do badania różnych układów pozwala na porównanie właściwości dynamicznych tych układów. Do opisywania i porównywania własności dynamicznych układów oprócz charakterystyk czasowych stosuje się także charakterystyki częstotliwościowe, będące tematem innego ćwiczenia.

W zależności od rodzaju zastosowanego sygnału wejściowego wśród charakterystyk czasowych można rozróżnić następujące:

2.1.1 Charakterystyka skokowa jest to odpowiedź $y(t)=h(t)$ układu, na którego wejście doprowadzony został sygnał skokowy $x(t)$ (rys.1.1.a) opisany równaniem:

$$x(t) = a \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.7)$$

$$\text{gdzie funkcja skoku jednostkowego: } \mathbf{1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ 1 & \text{dla } t \geq 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

$$\text{Transformata wymuszenia skokowego ma postać } L[x(t)] = X(s) = \frac{a}{s} \quad (1.9)$$

$$\text{więc odpowiedź skokowa członu } h(t) = L^{-1}[H(s)] = L^{-1}[G(s)X(s)] = L^{-1}\left[G(s)\frac{a}{s}\right] \quad (1.10)$$

2.1.2 Charakterystyka impulsowa układu jest to odpowiedź $y(t)=k(t)$ układu, na którego wejście doprowadzony został sygnał w postaci impulsu Diraca $x(t)=\delta(t)$ (impuls o jednostkowej energii, nieskończonej amplitudzie i nieskończenie krótkim czasie trwania):

$$x(t) = \delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t \neq 0 \\ \infty & \text{dla } t = 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1.11)$$

$$\text{Ponieważ } X(s) = L[\delta(t)] = 1 \quad (1.12)$$

$$\text{więc odpowiedź impulsowa członu: } k(t) = L^{-1}[K(s)] = L^{-1}[G(s)X(s)] = L^{-1}[G(s)] \quad (1.13)$$

Z zależności (1.13) wynika, że charakterystyka impulsowa układu, zwana także funkcją wagi, jest odwrotną transformatą Laplace'a transmitancji układu. Impuls Diraca przedstawia rys.1.1.b.

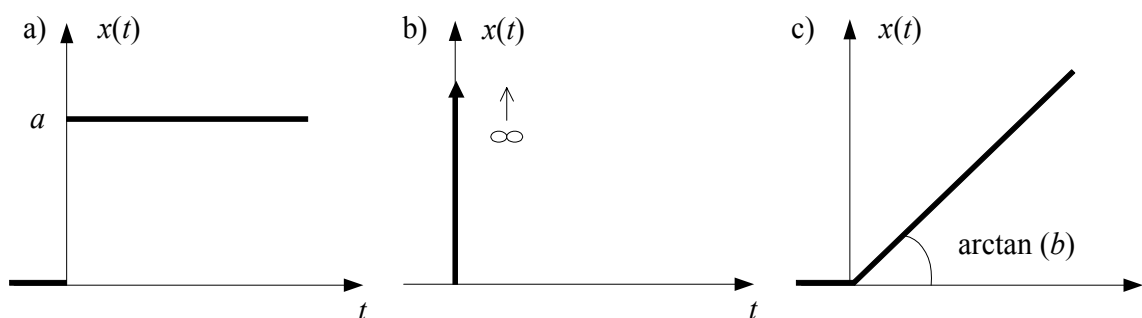
2.1.3 Charakterystyka liniowo-czasowa jest to odpowiedź $y(t)=v(t)$ układu, na którego wejście doprowadzony został sygnał $x(t)$ liniowo zależny od czasu (rys.1.1.c):

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ b \cdot t & t \geq 0 \end{cases} \quad (1.14)$$

Ponieważ $X(s) = L[x(t)] = \frac{b}{s^2}$ (1.15)

więc charakterystyka liniowo-czasowa członu:

$$v(t) = L^{-1}[V(s)] = L^{-1}[G(s)X(s)] = L^{-1}\left[G(s)\frac{b}{s^2}\right] \quad (1.16)$$



Rys. 1.1 Sygnał $x(t)$ podawany na wejście układu w celu uzyskania charakterystyki:
a) skokowej b) impulsowej c) liniowo-czasowej

2.2 Charakterystyki czasowe członów podstawowych

Członem układu automatyki nazywamy urządzenie lub układ o wyodrębnionym wejściu i wyjściu będący częścią składową tego układu. Okazuje się, że istnieje ograniczona ilość *liniowych członów podstawowych*, a wszystkie inne układy liniowe można przedstawić jako ich połączenie; schemat układu przedstawiający te połączenia nazywa się schematem strukturalnym (blokowym).

Poniżej podano transmitancje oraz charakterystyki skokowe wszystkich członów podstawowych, oraz charakterystyki impulsowe i liniowo-czasowe dla niektórych członów.

2.2.1 Człon bezinercyjny (proporcjonalny) P

Transmitancja członu ma postać $G(s) = k$ (1.17)

gdzie k - współczynnik wzmocnienia, określony jako stosunek odpowiedzi do wymuszenia.

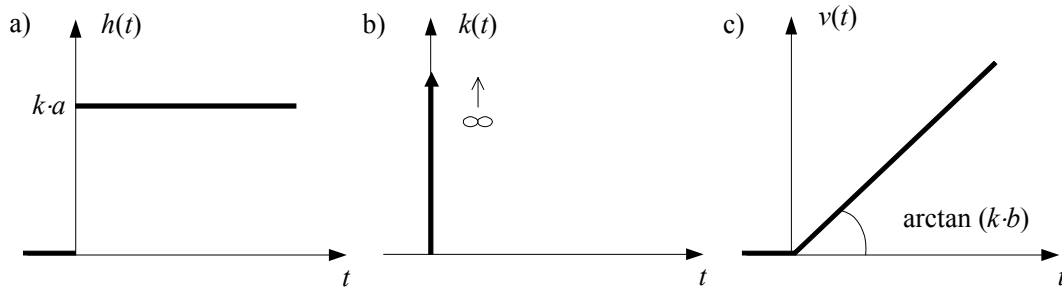
W członie bezinercyjnym w każdej chwili czasu sygnał wyjściowy jest proporcjonalny do sygnału wejściowego.

Odpowiednie charakterystyki czasowe dane są wzorami:

- skokowa $H(s) = k \frac{a}{s}, \quad h(t) = k \cdot a \cdot \mathbf{1}(t)$ (1.18)

- impulsowa $K(s) = k, \quad k(t) = k \cdot \delta(t)$ (1.19)

- liniowo-czasowa $V(s) = k \frac{b}{s^2}, \quad v(t) = k \cdot b \cdot t \cdot \mathbf{1}(t)$ (1.20)

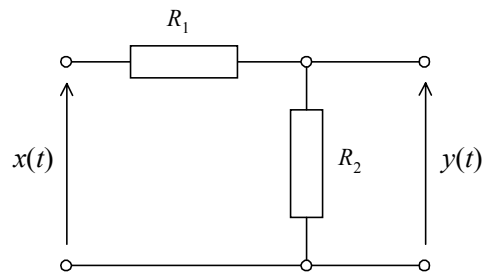


Rys.1.2. Charakterystyki czasowe członu proporcjonalnego
a) skokowa b) impulsowa c) liniowo-czasowa

Przykładem realizacji członu proporcjonalnego jest rezystancyjny dzielnik napięcia z rys.1.3.

Transmitancja czwórnika:

$$G(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = k \quad (1.21)$$



Rys.1.3. Czwórnik proporcjonalny

2.2.2 Człon inercyjny pierwszego rzędu

Transmitancja członu:

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1} \quad (1.22)$$

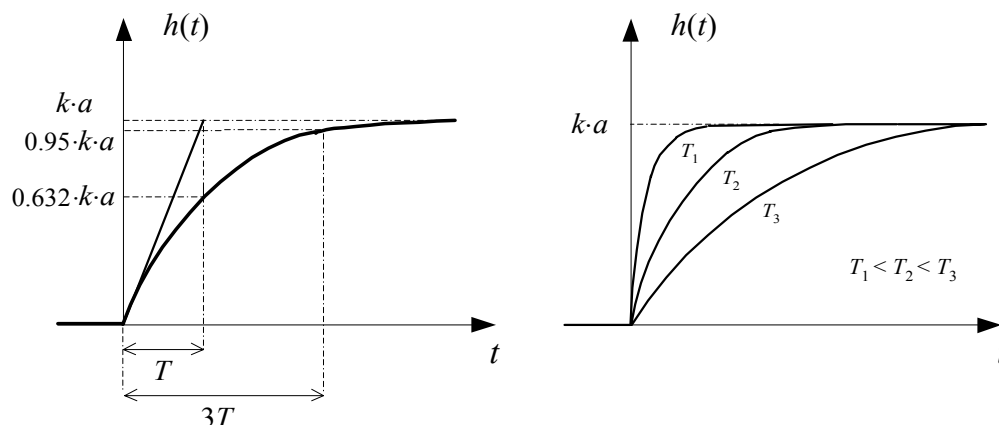
gdzie T – stała czasowa

Odpowiedź czasowa członu na skutek pewnej bezwładności (inercji) charakteryzuje się występowaniem stanu przejściowego, po zaniknięciu którego sygnał wyjściowy staje się proporcjonalny do sygnału wejściowego (ze współczynnikiem proporcjonalności k).

Dla odpowiedzi skokowej członu mamy:

$$H(s) = \frac{k}{(Ts + 1)s} \cdot a, \quad h(t) = k \cdot a \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.23)$$

Stać czasowa T charakteryzuje prędkość zmian przebiegu przejściowego. Jest to czas, po upływie którego odpowiedź skokowa osiąga wartość $(1 - 1/e) \cdot k \cdot a = 0.632 \cdot k \cdot a$. Interpretację geometryczną stałej czasowej przedstawia rys.1.4

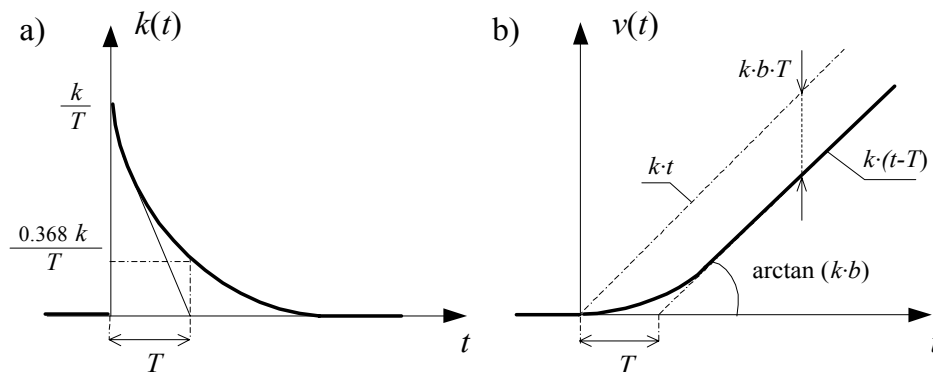


Rys.1.4. Charakterystyka skokowa członu inercyjnego I-go rzędu

Pozostałe charakterystyki czasowe:

- impulsowa $K(s) = \frac{k}{Ts+1}, \quad k(t) = \frac{k}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot \mathbf{1}(t)$ (1.24)

- liniowo-czasowa $V(s) = \frac{k \cdot b}{s^2(Ts+1)}, \quad v(t) = k \cdot b \cdot \left[t - T \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \right] \cdot \mathbf{1}(t)$ (1.25)



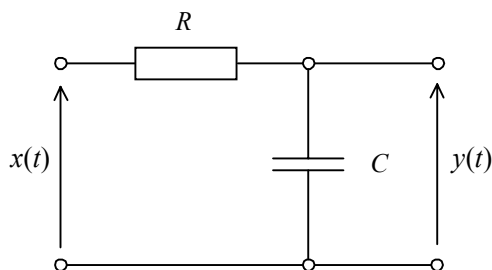
Rys.1.5. Charakterystyki czasowe członu inercyjnego I-go rzędu
a) impulsowa b) liniowo-czasowa

Przykład realizacji członu inercyjnego przedstawia rys.1.6.

Transmitancja czwornika

$$G(s) = \frac{1}{1+RCs} \quad (1.26)$$

$(k=1, T=RC)$



Rys.1.6. Czwornik RC inercyjny.

2.2.3 Człon całkujący idealny I

Transmitancja członu:

$$G(s) = \frac{k}{s} = \frac{1}{T_i s} \quad (1.27)$$

gdzie T_i – czas całkowania

W członie całkującym idealnym *sygnał wyjściowy jest proporcjonalny do całki sygnału wejściowego.*

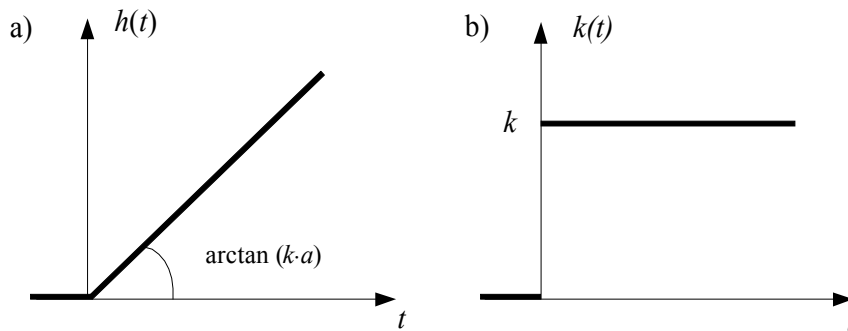
Odpowiedź skokowa ma postać: $H(s) = \frac{k \cdot a}{s^2}, \quad h(t) = k \cdot a \cdot t \cdot \mathbf{1}(t)$ (1.28)

Jeżeli na wejściu członu całkującego idealnego pojawi się sygnał stały to sygnał wyjściowy będzie narastał w funkcji czasu liniowo. Współczynnik k reprezentuje stosunek pochodnej względem czasu (prędkości) odpowiedzi do wartości wymuszenia, stąd też nazywany jest wzmocnieniem prędkościowym.

Pozostałe charakterystyki czasowe:

- impulsowa $K(s) = \frac{k}{s}, \quad k(t) = k \cdot \mathbf{1}(t)$ (1.29)

- liniowo-czasowa $V(s) = k \frac{b}{s^3}, \quad v(t) = \frac{k \cdot b}{2} \cdot t^2 \cdot \mathbf{1}(t)$ (1.30)



Rys.1.7. Charakterystyki czasowe członu całkującego idealnego
a) skokowa b) impulsowa

2.2.4 Człon całkujący z inercją

Ściśle rzecz biorąc nie jest to człon podstawowy, gdyż można go zrealizować jako szeregowe połączenie członów całkującego idealnego i inercyjnego. Ze względu na praktyczne znaczenie jest on jednak tutaj przedstawiony. Transmittancja członu:

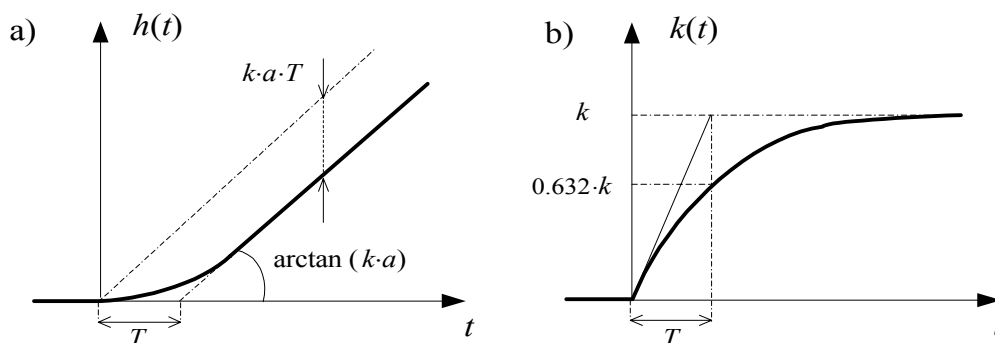
$$G(s) = \frac{k}{s(Ts+1)} = \frac{1}{T_i s(Ts+1)} \quad (1.31)$$

Charakterystyki czasowe:

- skokowa $H(s) = \frac{k \cdot a}{s^2(Ts+1)}, \quad h(t) = k \cdot a \cdot \left[t - T \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \right] \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.32)$

- impulsowa $K(s) = \frac{k}{s(Ts+1)}, \quad k(t) = k \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.33)$

- liniowo-czasowa $V(s) = \frac{k \cdot b}{s^3(Ts+1)}, \quad v(t) = k \cdot a \cdot T^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{T} + \frac{t^2}{2T^2} - e^{-\frac{t}{T}} \right] \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.34)$



Rys.1.8. Charakterystyki czasowe członu całkującego rzeczywistego
a) skokowa b) impulsowa

2.2.5 Człon różniczkujący idealny D

Transmittancja układu ma postać: $G(s) = ks = T_d s \quad (1.35)$

gdzie T_d – czas różniczkowania

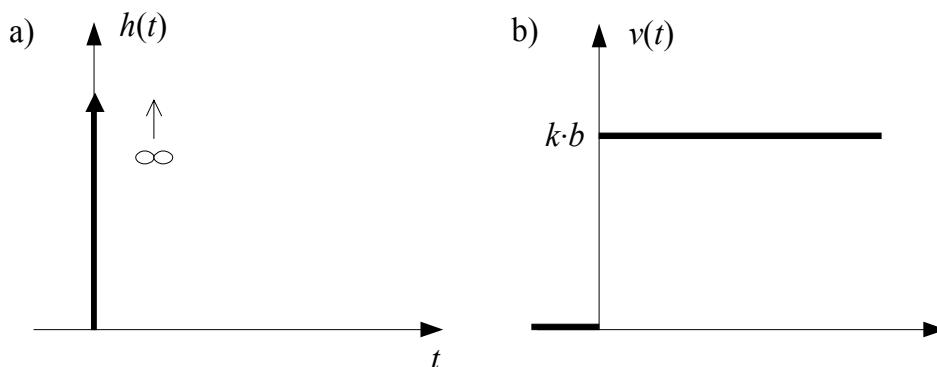
W członie różniczkującym idealnym sygnał wyjściowy jest proporcjonalny do pochodnej sygnału wejściowego względem czasu.

Ponieważ stopień licznika transmitancji jest wyższy od stopnia mianownika człon ten jest niemożliwy do zrealizowania w praktyce i może być modelowany jedynie w przybliżeniu.

Charakterystyki czasowe: skokowa i liniowo-czasowa są postaci:

$$H(s) = ka, \quad h(t) = k \cdot a \cdot \delta(t) \quad (1.36)$$

$$V(s) = k \frac{b}{s}, \quad v(t) = k \cdot b \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.37)$$



Rys.1.9. Charakterystyki czasowe członu różniczkującego idealnego
a) skokowa b) liniowo-czasowa

2.2.6 Człon różniczkujący z inercją

Człon różniczkujący rzeczywisty jest układem złożonym z szeregowo połączonych członów: inercyjnego i różniczkującego idealnego. Ma on duże znaczenie praktyczne, gdyż *każdy fizycznie realizowalny człon różniczkujący posiada pewną inercję*.

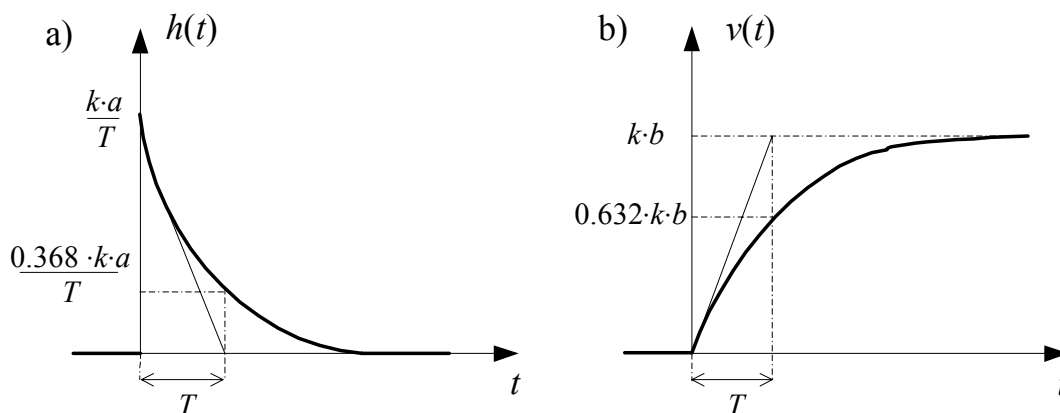
Transmitancja członu:

$$G(s) = \frac{ks}{Ts + 1} \quad (1.38)$$

Charakterystyki czasowe:

- skokowa $H(s) = \frac{k \cdot a}{Ts + 1}, \quad h(t) = \frac{k \cdot a}{T} e^{-\frac{t}{T}} \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.39)$

- liniowo-czasowa $V(s) = \frac{k \cdot b}{s(Ts + 1)}, \quad v(t) = k \cdot b \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.40)$



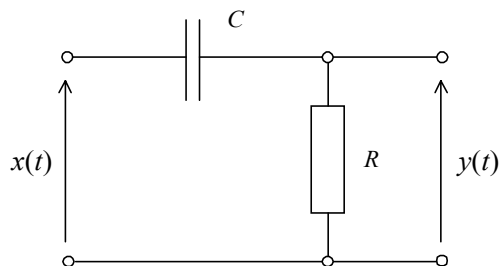
Rys.1.10. Charakterystyki czasowe członu różniczkującego rzeczywistego
a) skokowa b) liniowo-czasowa

Przykładem realizacji członu różniczkującego rzeczywistego jest czwórnik z rys.1.11.

Transmitancja czwornika:

$$G(s) = \frac{RCs}{1 + RCs} \quad (1.41)$$

($k=RC, T=RC$)



Rys.1.11. Czwórnik RC różniczkujący rzeczywisty

2.2.7 Człon opóźniający (opóźnienie transportowe)

Transmitancja: $G(s) = k \cdot e^{-\tau_0 s}$ (1.42)

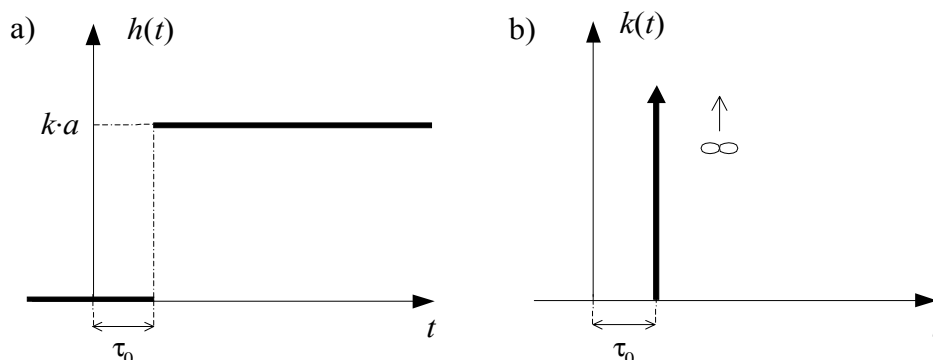
Sygnal na wyjściu członu opóźniającego pojawia się nie w chwili doprowadzenia sygnału wejściowego, lecz po upływie czasu oznaczonego przez τ_0 .

Charakterystyki czasowe:

- skokowa $H(s) = \frac{k \cdot a}{s} e^{-\tau_0 s}$ $h(t) = k \cdot a \cdot \mathbf{1}(t - \tau_0)$ (1.43)

- impulsowa $K(s) = k \cdot e^{-\tau_0 s}$ $k(t) = k \cdot \delta(t - \tau_0)$ (1.44)

- liniowo-czasowa $V(s) = \frac{k \cdot b}{s^2} e^{-\tau_0 s}$ $v(t) = k \cdot b \cdot (t - \tau_0) \cdot \mathbf{1}(t - \tau_0)$ (1.45)



Rys.1.12. Charakterystyki czasowe członu opóźniającego
a) skokowa b) impulsowa

2.2.8 Człon oscylacyjny drugiego rzędu

Transmitancja członu jest postaci: $G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ (1.46)

gdzie ω_n - pulsacja drgań nietłumionych
 ζ - współczynnik tłumienia

Odpowiedź skokowa członu: $H(s) = \frac{a \cdot k \cdot \omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)s}$ (1.47)

$$h(t) = k \cdot a \cdot \left[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left(\omega_d \cdot t + \arctan \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right] \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.48)$$

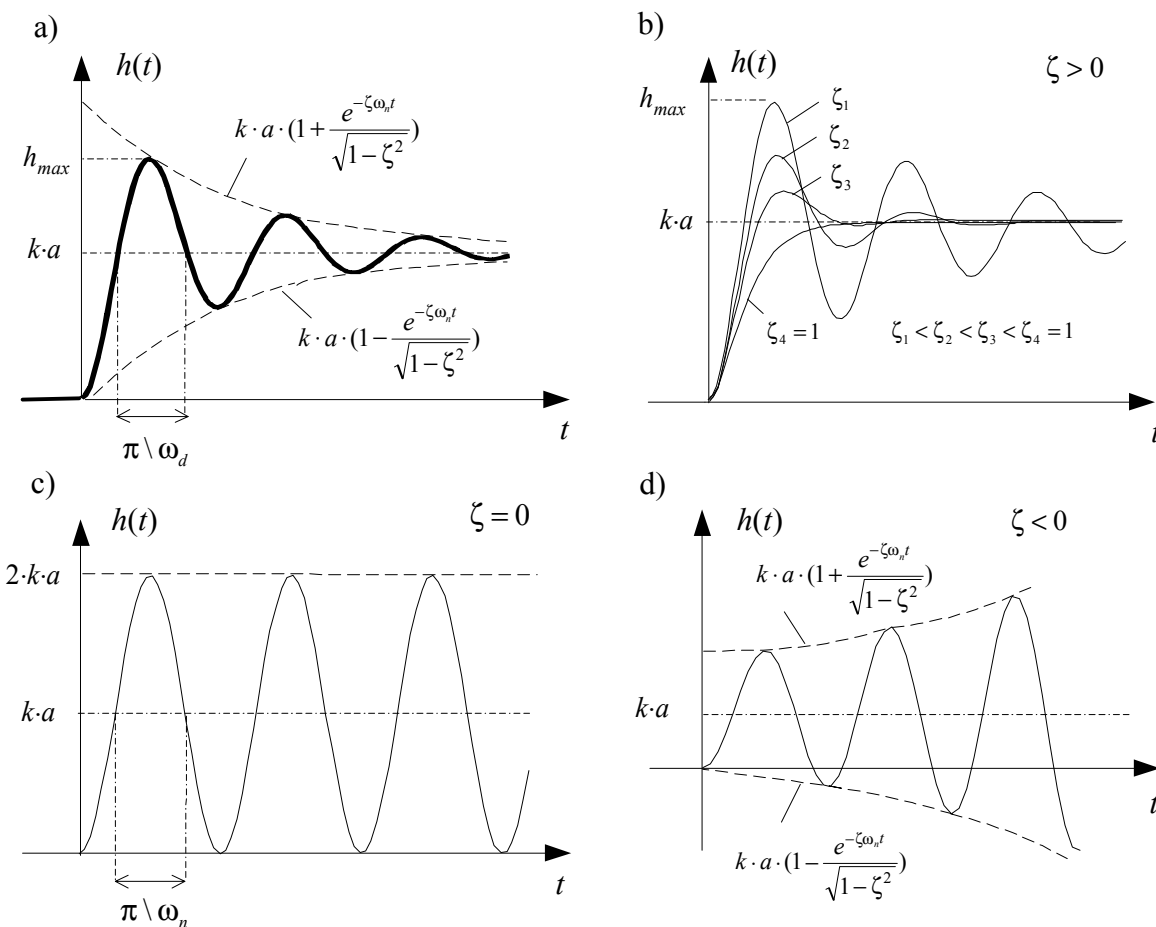
gdzie wielkość $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ jest tzw. pulsacją drgań tłumionych.

Przebieg czasowy odpowiedzi skokowej członu jest przebiegiem oscylacyjnym o pulsacji ω_d . O charakterze oscylacji decyduje współczynnik tłumienia drgań ζ (w zależności od wartości ζ wykładnik potęgi funkcji wykładniczej we wzorze (1.48) jest ujemny, dodatni lub równy zero).

Możemy wyróżnić trzy przypadki:

- dla $0 < \zeta < 1$ i amplituda oscylacji maleje tzw. drgania tłumione (rys.1.13.a,b),
- dla $\zeta = 0$ występują oscylacje o stałej amplitudzie (rys.1.13.c),
- dla $-1 < \zeta < 0$ amplituda oscylacji rośnie do nieskończoności (rys.1.13.d).

Dla $\zeta^2 > 1$ człon przestaje być oscylacyjnym i staje się członem inercyjnym drugiego rzędu (szeregowe połączenie dwóch członów inercyjnych pierwszego rzędu).



Rys.1.13. Charakterystyka skokowa członu oscylacyjnego drugiego rzędu dla różnych wartości współczynnika tłumienia ζ .

Odpowiedź impulsowa członu:

$$K(s) = \frac{k \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{1.49}$$

$$k(t) = k \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \left(\omega_d \cdot t + \arctan \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right) \cdot \mathbf{1}(t) \tag{1.50}$$

2.2.9 Człony korekcyjne pierwszego rzędu

Ogólna postać transmitancji członów korekcyjnych jest następująca:

$$G(s) = k \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \quad (1.51)$$

gdzie k - współczynnik wzmocnienia
 T_1, T_2 - stałe czasowe

Zależnie od tego, która stała czasowa jest większa, człon korekcyjny przyspiesza lub opóźnia fazę w układzie korygowanym.

a) Człon opóźniający fazę

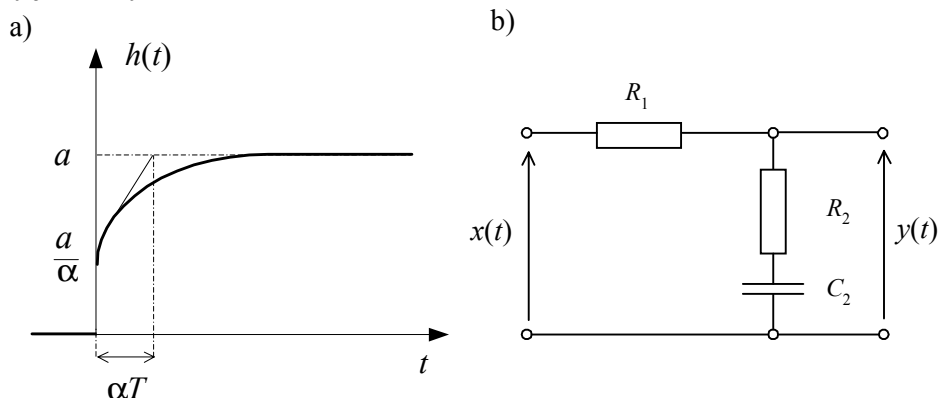
Jeżeli w wyrażeniu na transmitancję członu korekcyjnego dwie stałe czasowe zastąpi się jedną i współczynnikiem α równym stosunkowi T_1/T_2 , to transmitancja członu opóźniającego przyjmie następującą postać:

$$G(s) = \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}, \quad \alpha > 1 \quad (1.52)$$

Przebieg odpowiedzi skokowej członu opisany jest wyrażeniem

$$h(t) = a \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\alpha T}} + \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{t}{T}} \right) \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.53)$$

i przedstawiony jest na rys. 1.14.a.



Rys. 1.14. Człon korekcyjny opóźniający fazę
 a) charakterystyka skokowa b) realizacja fizyczna

Przykładem członu korekcyjnego opóźniającego fazę jest czwórnik RC z rys. 1.14.b.

Dla przedstawionego układu parametry T i α określone są wzorami

$$T = R_2 C_2, \quad \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \quad (1.54)$$

b) Człon przyspieszający fazę (forsujący)

W przypadku, gdy w ogólnym wyrażeniu na transmitancję członu korekcyjnego stała czasowa T_2 jest większa od stałej czasowej T_1 tzn. $\alpha < 1$ człon korekcyjny przyspiesza fazę, a jego transmitancję określa się następująco:

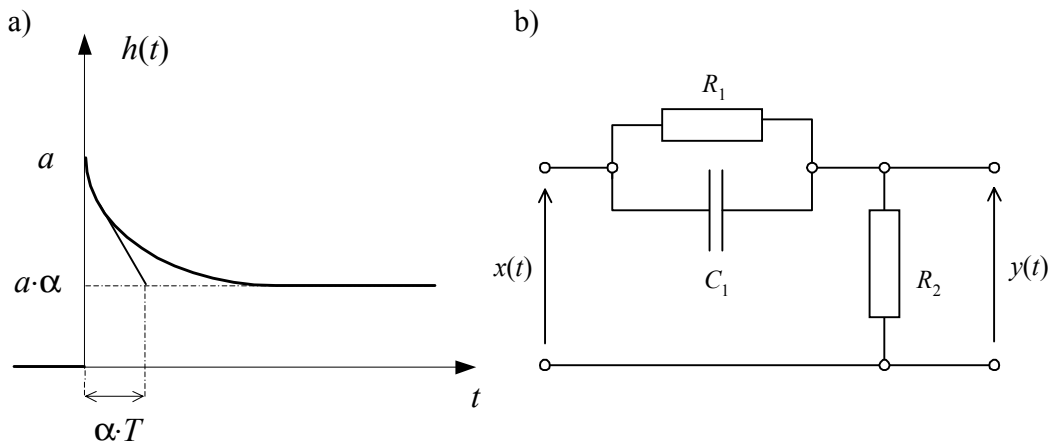
$$G(s) = \alpha \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}, \quad \alpha < 1 \quad (1.55)$$

Przebieg odpowiedzi skokowej członu wyrażony jest równaniem:

$$h(t) = a \cdot \left[\alpha \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\alpha T}} \right) + e^{-\frac{t}{\alpha T}} \right] \cdot \mathbf{1}(t) \quad (1.56)$$

Przykładową realizację członu przyspieszającego fazę przedstawia rys.1.15.b. Parametry czwornika oblicza się następująco

$$T = R_1 C_1, \quad \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.57)$$



Rys. 1.15. Człon korekcyjny przyspieszający fazę
a) charakterystyka skokowa b) realizacja fizyczna

2.2.10 Człon korekcyjny drugiego rzędu opóźniająco - przyspieszający fazę

W pewnych przypadkach zachodzi potrzeba stosowania korekcji zapewniającej przy niższych częstotliwościach opóźnienie, a przy wyższych przyspieszenie fazy. Można wtedy zastosować korektor, którego działanie jest analogiczne do szeregowego połączenia członu opóźniającego i członu przyspieszającego fazę. Transmitancja takiego członu jest następująca

$$G(s) = \frac{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}{(1 + \alpha T_1 s)(1 + \frac{T_2}{\alpha} s)} \quad (1.58)$$

Odpowiedź skokowa członu

$$h(t) = a \cdot \left[1 + A \cdot \left(e^{-\frac{t}{\alpha T_1}} - e^{-\frac{\alpha}{T_2} t} \right) \right] \cdot \mathbf{1}(t) \quad \text{gdzie} \quad A = \frac{(\alpha T_1 - T_2) \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)}{\left(\alpha T_1 - \frac{T_2}{\alpha} \right)} \quad (1.59)$$

Przykładem opisanego członu jest czwornik RC z rys.1.16.b.

Transmitancja członu ma postać:

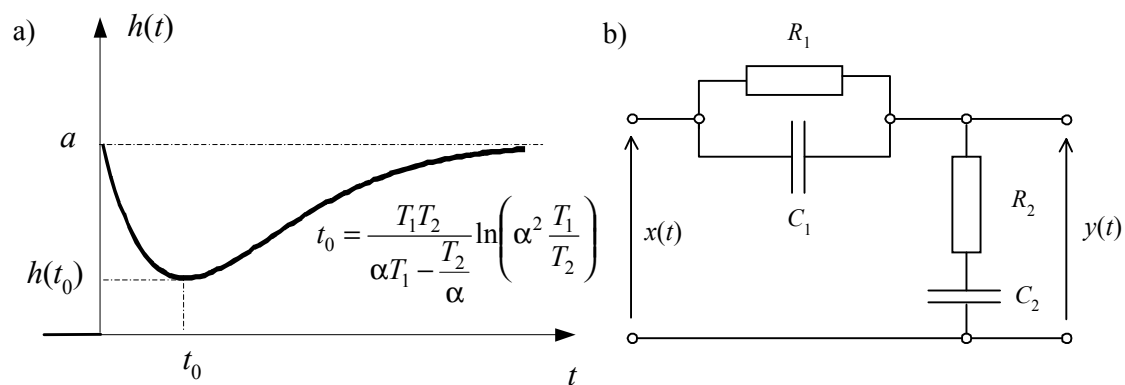
$$G(s) = \frac{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) s + 1} \quad (1.60)$$

Po wprowadzeniu następujących oznaczeń :

$$T_1 = R_1 C_1, \quad T_2 = R_2 C_2 \quad (1.61)$$

wyrażenie na transmitancję przyjmie postać ogólną (1.58).

(Wartość liczbowa stałej α jest w przybliżeniu równa $\frac{R_1 + R_2}{R_2}$).



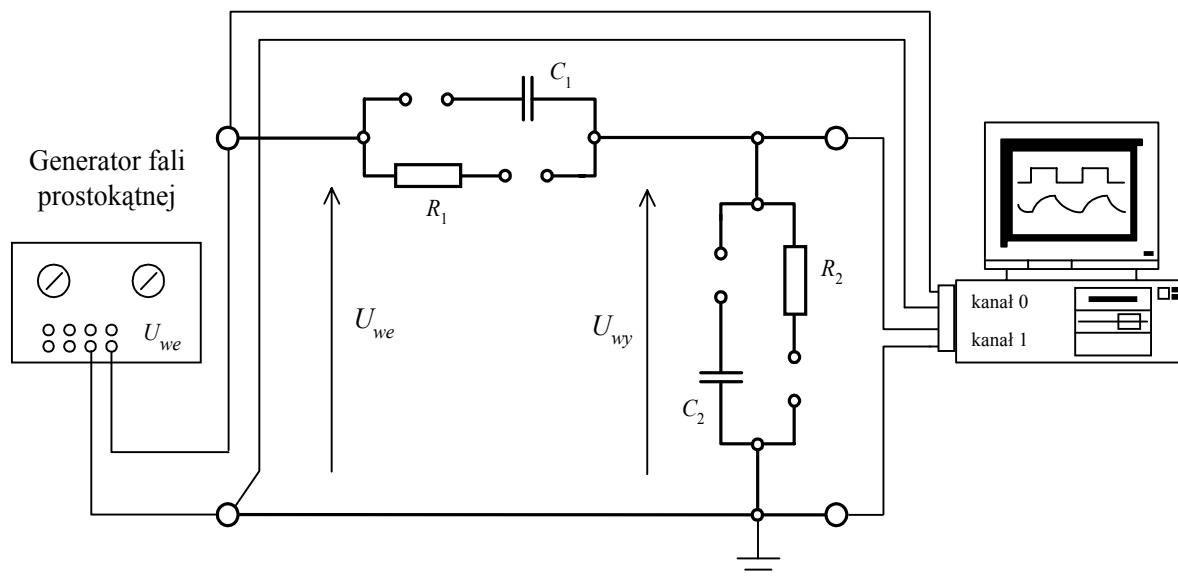
Rys.1.16. Człon korekcyjny opóźniająco - przyspieszający fazę
a) charakterystyka skokowa b) realizacja fizyczna

Literatura

1. J. Mazurek: Podstawy automatyki, PWN, Warszawa 1996.
2. W. Pełczewski: Teoria sterowania, WNT, Warszawa, 1980.
3. S.Węgrzyn: Podstawy automatyki, PWN, Warszawa 1972.

3. Przebieg ćwiczenia

Ćwiczenie polega na badaniu charakterystyk skokowych członów dynamicznych zrealizowanych w formie czwórników RC. Charakterystyki poszczególnych członów zdejmowane są w układzie pomiarowym pokazanym na rys.1.17.



Rys.1.17. Układ pomiarowy do zdejmowania charakterystyk czasowych

Zamiast pojedynczego sygnału skokowego na wejście badanego członu doprowadza się z generatora ciąg okresowo powtarzających się sygnałów skokowych (fale prostokątne). Na wyjściu otrzymujemy przebieg okresowy, złożony z ciągu charakterystyk skokowych danego członu.

Graficzna prezentacja przebiegów jest uzyskiwana za pomocą komputerowego programu scope (prosty, cyfrowy oscyloskop). Na kanale 0 obserwujemy sygnał wejściowy z generatora U_{we} , a na kanale 1 sygnał wyjściowy z czwórnika U_{wy} .

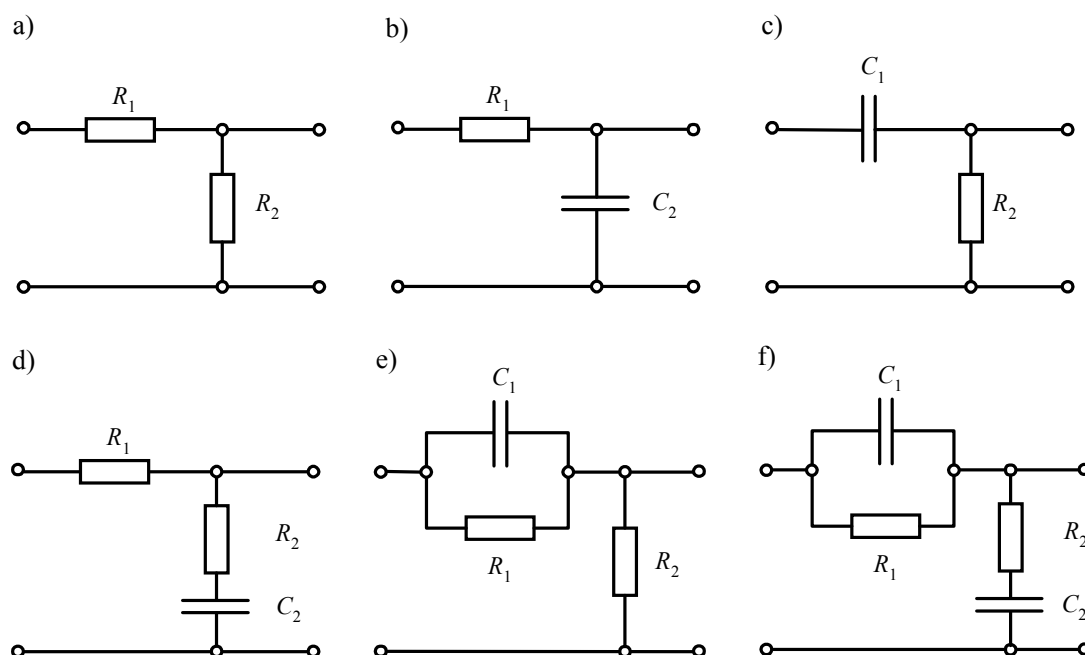
W celu dokonania ćwiczenia należy:

1. Uruchomić program scope.exe.
2. Przejść do okna graficznego (poleceniem Run z menu górnego).
3. Połączyć badany czwórnik na tablicy ćwiczenia (zanotować wartości elementów RC).
4. Naciskając klawisz <Enter> uruchomić rejestrację.
Na monitorze powinien być uzyskiwany możliwie duży, pojedynczy przebieg. W tym celu:
 - szerokością przebiegu sterować poprzez ewentualną zmianę skali czasu (opcja Time/Div.) i częstotliwość sygnału z generatora. *Zanotować wartość podziałki czasu!*,
 - wysokość przebiegu dobrać poprzez zmianę wzmocnienia obu kanałów (opcja V. Scale) oraz amplitudę napięcia z generatora.
5. Wydrukować uzyskany przebieg wykorzystując opcję H.Copy (poprzez dwukrotne naciśnięcie klawisza c).
6. Dokonać ponownej rejestracji i wydruku przebiegu przy innych wartościach elementów RC (tak, aby przebiegi różniły się od siebie np. dużą i małą stałą czasową).
7. Sprawdzić, jaki wpływ na kształt charakterystyki skokowej ma zmiana poszczególnych elementów R i C członu.
Do jakich członów zbliża się badany człon właściwościami:
 - przy bardzo małej stałej czasowej,
 - przy bardzo dużej stałej czasowej.

Punkty 3-7 powtórzyć dla kolejnych czwórników RC. Czwórniki należy łączyć w następującej kolejności:

- proporcjonalny
- inercyjny I-go rzędu
- różniczkujący rzeczywisty
- opóźniający fazę
- przyspieszający fazę
- opóźniająco-przyspieszający fazę

Schematy poszczególnych członów pokazano na rys.1.18.



Rys. 1.18 Zestaw czwórników RC badanych w ćwiczeniu:

- a) proporcjonalny, b) inercyjny I-go rzędu, c) różniczkujący rzeczywisty, d) opóźniający fazę, e) przyspieszający fazę, f) opóźniająco-przyspieszający fazę

4. Opracowanie sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać dla każdego badanego czwórnika:

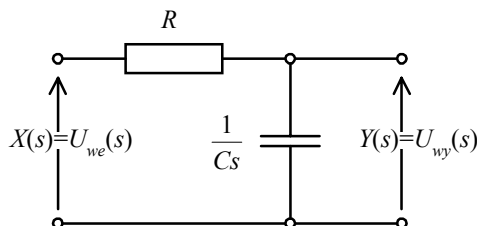
1. Schemat połączeń i wartości elementów RC,
2. Teoretycznie wyprowadzenie transmitancji operatorowej $G(s)$ członu. Wyrażenie parametrów transmitancji: T , k (ewentualnie α) jako funkcji odpowiednich elementów RC i wyznaczenie ich wartości liczbowej (patrz przykład obliczeniowy) - dla każdego z członów parametry transmitancji oblicza się dla dwóch wybranych wcześniej wartości elementów RC,
3. Graficzne wyznaczenie z wykresów parametrów transmitancji i porównanie ich z wartościami uzyskanymi w punkcie poprzednim,
4. Omówienie zaobserwowanego wpływu zmian wartości poszczególnych elementów R i C członu na kształt charakterystyki skokowej (powiązać parametry RC ze stałą czasową T , współczynnikiem wzmocnienia k , ewentualnie współczynnikiem α).

Sprawdzić zgodność obserwacji z wyliczeniami teoretycznymi. Omówić możliwe przyczyny ewentualnych rozbieżności wyników doświadczalnych i teoretycznych oraz przedyskutować granicę zaufania do wyników identyfikacji eksperymentalnej.

Przykład obliczeniowy

Człon inercyjny I-go rzędu

1) Schemat połączeń



Rys.1.19. Czwórnik inercyjny RC

Parametry elementów: $R=50\text{ k}\Omega$ $C=50\text{ nF}$

2) Teoretycznie wyprowadzenie transmitancji operatorowej $G(s)$ członu.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{U_{wy}(s)}{U_{we}(s)}$$

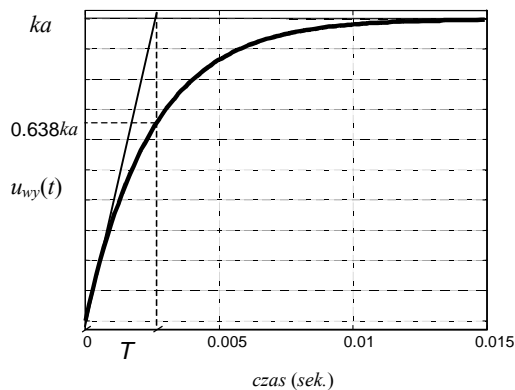
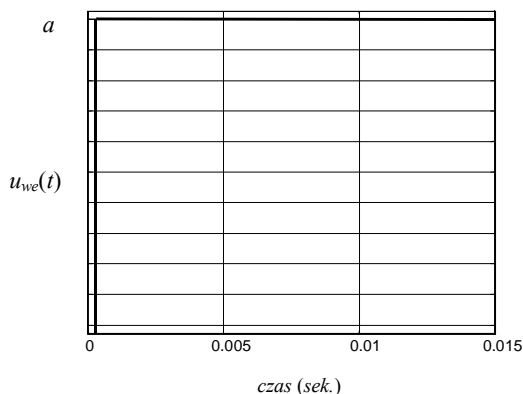
korzystając z dzielnika napięć
$$U_{wy}(s) = \frac{U_{we}(s) \frac{1}{Cs}}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{U_{we}(s)}{1 + RCs}$$

skąd transmitancja członu
$$G(s) = \frac{U_{wy}(s)}{U_{we}(s)} = \frac{1}{1 + RCs} = \frac{k}{1 + Ts}$$

Parametry transmitancji członu $k=1, T=RC$

Podstawiając wartości elementów: $k=1, T=RC=2,5\text{ ms}$

3) Graficzne wyznaczenie parametrów transmitancji członu.



Odczytując z wykresu odpowiedzi skokowej członu:

- $ka = a$ skąd $k=1$
- $T=3\text{ ms}$