

Wydział Elektryczny
Zespół Automatyki (ZTMAiPC)

LABORATORIUM TEORII STEROWANIA

Ćwiczenie 5

RN

Badanie układu statycznej regulacji napięcia generatora

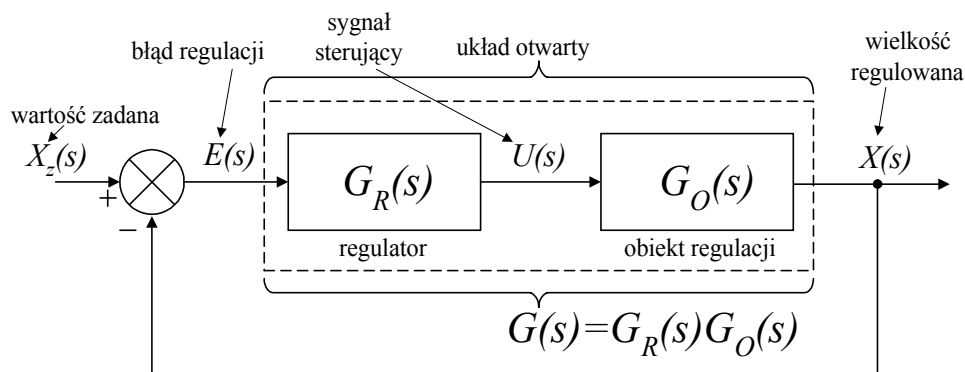
1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest poznanie struktury fizycznej, analizy teoretycznej oraz parametrów pracy prostego układu automatycznej regulacji w stanie ustalonym.

2. Wprowadzenie teoretyczne

2.1. Błąd ustalony w zamkniętym układzie regulacji

Układ regulacji automatycznej (rys. 5.1), przy założeniu, że jest stabilny osiąga stan ustalony po pewnym czasie od chwili zadziałania stałego wymuszenia.



Rys. 5.1. Schemat układu automatycznej regulacji

Podczas przechodzenia do stanu ustalonego, czyli w stanie przejściowym, powstaje **błąd regulacji** ($E(s)$), którego transformatę określa zależność:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} \cdot X_z(s); \quad (5.1)$$

gdzie:

$X_z(s)$ - transformata stałego wymuszenia (wartości zadanej),

$G(s)$ - transmitancja operatorowa układu otwartego (regulatora i obiektu regulowanego).

Do obliczeń przyjmuje się, że układ regulacji osiąga stan ustalony po czasie nieskończenie długim. Pozwala to skorzystać z odpowiedniej własności granicznej transformat Laplace'a i obliczyć wartość błędu regulacji w stanie ustalonym:

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s); \quad (5.2)$$

gdzie:
 e_u - błąd ustalony.

Transformata układu otwartego w ogólnym przypadku ma postać:

$$G(s) = \frac{E(s)}{X_z(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{L(s)}{M(s)}; \quad (5.3)$$

gdzie $M(s)$ i $L(s)$ są wielomianami zmiennej zespolonej s .

W niektórych układach regulacji wielomian $M(s)$ przyjmuje postać umożliwiającą wyłączenie czynnika s^l ($l > 0$) w następujący sposób:

$$M(s) = a_n s^n + \dots + a_l s^l = s^l (a_n s^{n-l} + \dots + a_l) = s^l N(s); \quad (5.4)$$

pozwala to na zapisanie transmitancji $G(s)$ w postaci:

$$G(s) = \frac{L(s)}{s^l N(s)}; \quad (5.5)$$

Błąd ustalony układu zamkniętego można zatem określić w następujący sposób:

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s^l N(s)}{s^l N(s) + L(s)} \cdot X_z(s); \quad (5.6)$$

Czynnik s^l występujący w mianowniku transmitancji operatorowej układu otwartego oznacza, że w układzie otwartym znajduje się l członów całkujących.

Tego rodzaju układ regulacji automatycznej nazwa się **układem astatycznym**, przy czym l jest **rzędem** lub **stopniem astatyzmu** układu.

Układ o zerowym rzędzie astatyzmu ($l = 0$) nazwa się **układem statycznym**.

2.2. Błąd ustalony w układzie statycznym i astatycznym

Korzystając z wzoru (6) można wyliczyć błąd ustalony dla danego układu zamkniętego przy założeniu typu wymuszenia $x_z(t)$.

Dla wymuszenia skokowego:

$$x_z(t) = a, X_z(s) = \frac{a}{s}; \quad (5.7)$$

błąd ustalony w układzie statycznym wynosi:

$$e_u = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + G(s)} \cdot \frac{a}{s} = \frac{a}{1 + \frac{b_0}{a_0}} = \frac{a}{1 + k}; \quad (5.8)$$

gdzie:

k - współczynnik wzmocnienia układu otwartego.

W przypadku układu statycznego istotnym parametrem niezależnym od wartości wymuszenia, a określającym wartość błędu ustalonego odniesionej do wartości zadanej wielkości regulowanej jest **współczynnik statyzmu układu**:

$$\frac{e_u}{a} = \frac{1}{1+k}; \quad (5.9)$$

Inaczej reaguje na stałe wymuszenie układ astatyczny ($l \geq 1$). Przyjmując wymuszenie jak poprzednio (5.7) błąd ustalony ma teraz wartość:

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s^l N(s)}{s^l N(s) + L(s)} \cdot \frac{a}{s} = 0; \quad (5.10)$$

Tak więc w **układach astatycznych** przy wymuszeniu skokiem **jednostkowym błąd w stanie ustalonym nie występuje**. Jeżeli natomiast do układu statycznego doprowadzi się wymuszenie liniowo narastające:

$$X_z(s) = b \cdot t; \quad X_z(s) = \frac{b}{s^2}; \quad (5.11)$$

to wówczas błąd ustalony wyniesie:

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{N(s)}{N(s) + L(s)} \cdot \frac{b}{s^2} = \infty; \quad (5.12)$$

Założywszy jednak, że układ opisany transmitancją $G(s)$ jest astatyczny rzędu pierwszego ($l=1$) to dla wymuszenia (5.11) błąd w układzie wyniesie:

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{sN(s)}{sN(s) + L(s)} \cdot \frac{b}{s^2} = \frac{a_l}{b_0} \cdot b = const; \quad (5.13)$$

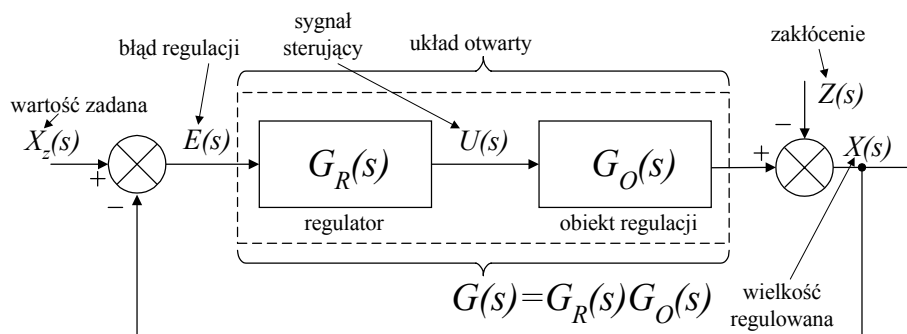
To samo wymuszenie doprowadzone do wejścia układu astatycznego rzędu wyższego niż pierwszy ($l > 1$) nie wywołuje w tych układach błędu ustalonego, ponieważ:

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s^l N(s)}{s^l N(s) + L(s)} \cdot \frac{b}{s^2} = 0; \quad (5.14)$$

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że układów regulacji statycznej nie można stosować do automatycznego śledzenia lub nadążania za sygnałem zmieniającym się w czasie. Układy nadążne lub śledzące są układami astatycznymi.

2.3. Błąd w zamkniętym układzie regulacji z uwzględnieniem zakłócenia na wyjściu

Rozważania z rozdziału 2.1 i 2.2 można rozszerzyć na układ automatycznej regulacji, na który działa mierzalne zakłócenie $Z(s)$ (rys. 5.2). W rozpatrywanym przypadku zakłócenie to wpływa bezpośrednio na sygnał regulowany. Typowym przykładem takiego układu regulacji jest zasilacz stabilizowany, w którym regulowane jest napięcie wyjściowe, a sygnałem zakłócającym jego wartość prąd obciążenia.



Rys. 5.2. Układ automatycznej regulacji z uwzględnieniem sygnału zakłócającego

Przy założeniu stabilności, błąd ustalony w układzie na rys. 5.2. wyraża równanie:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} \cdot X_z(s) + \frac{1}{1 + G(s)} \cdot Z(s); \tag{5.15}$$

gdzie:

$X_z(s)$ - transformata stałego wymuszenia (wartości zadanej),

$Z(s)$ - transformata zakłócenia oddziałującego na układ,

$G(s)$ - transmitancja operatorowa układu otwartego (regulatora i obiektu regulowanego).

Ze względu na postać wzoru (5.15) można wyszczególnić dwie składowe całkowitego błędu:

$$E_1(s) = \frac{1}{1 + G(s)} \cdot X_z(s); \tag{5.16}$$

oraz

$$E_2(s) = \frac{1}{1 + G(s)} \cdot Z(s); \tag{5.17}$$

a więc:

$$E(s) = E_1(s) + E_2(s); \tag{5.18}$$

gdzie:

$E(s)$ - transformata błędu w układzie regulacji,

$E_1(s)$ - transformata błędu wywołanego wartością zadaną $X_z(s)$,

$E_2(s)$ - transformata błędu wywołanego zakłóceniem $Z(s)$,

Poszczególne wyrażenia dla składowych błędów $E_1(s)$ i $E_2(s)$ mają taką samą postać jak wyrażenie (5.1), więc wszystkie wyrażenia (5.8) - (5.13) są dla tych składowych analogiczne. W szczególności dla układu statycznego błąd ustalony w zamkniętym układzie regulacji można zapisać:

$$e_u = e_{u1} + e_{u2}; \tag{5.19}$$

gdzie:

e_u - błąd ustalony w układzie regulacji

e_{u1} - składowa błędu ustalonego względem wartości zadanej $X_z(s)$

e_{u2} - składowa błędu ustalonego względem zakłócenia $Z(s)$

2.4. Układ regulacji napięcia generatora

Układ regulacji napięcia generatora przedstawia rysunek 5.3. Obiektem regulacji jest obcowzbudny generator G napięcia stałego, napędzany ze stałą prędkością przez silnik S . Regulacja

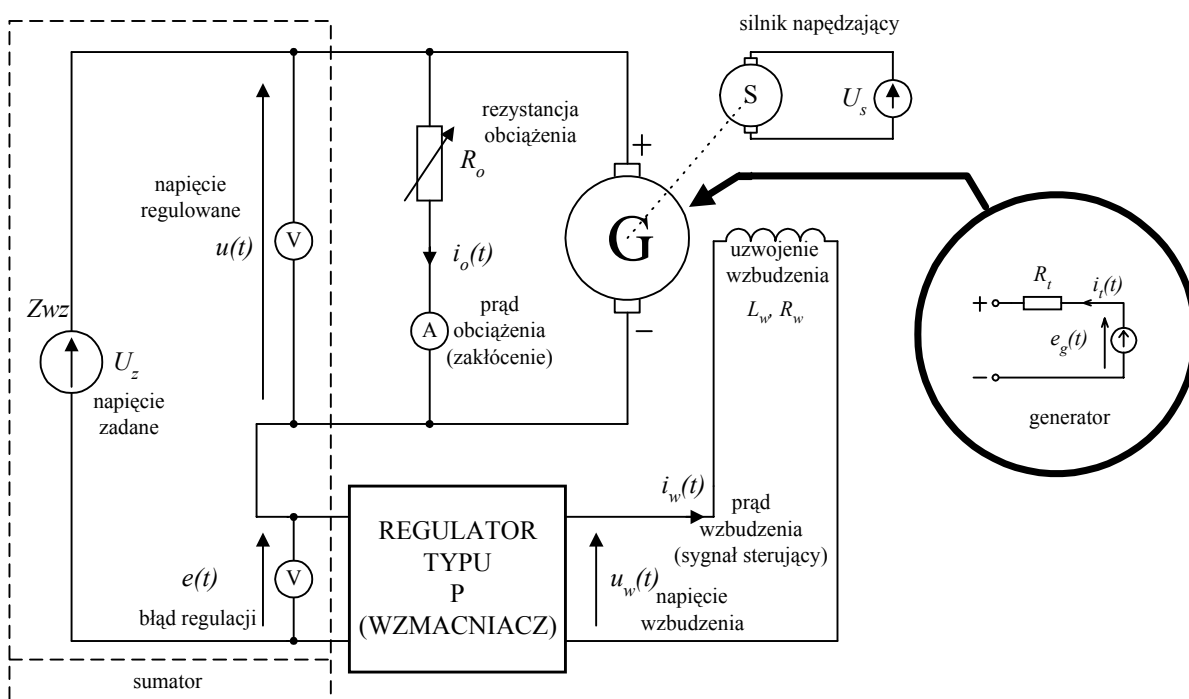
napięcia wyjściowego $u(t)$ z generatora odbywa się przez zmianę prądu wzbudzenia $i_w(t)$ generatora. Zasilacz Zwz jest źródłem wartości zadanej - napięcia zadanego. Wzmacniacz prądu stałego spełnia funkcję regulatora typu P. Do generatora podłączony jest odbiornik prądu R_o , którego zmiana rezystancji pozwala na zmianę wartości prądu obciążenia generatora $i_o(t)$. Prąd ten jest sygnałem zakłócającym. Linia przerywaną zaznaczono obwód sumatora napięcia zadanego U_z z napięciem regulowanym $u(t)$. Wynikiem sumowania jest błąd regulacji $e(t)$.

Pozostałe oznaczenia:

- $u_w(t)$ - napięcie wzbudzenia generatora,
- R_w - oporność uzwojenia wzbudzenia generatora,
- L_w - indukcyjność obwodu wzbudzenia generatora,
- $e_g(t)$ - SEM generatora,
- $i_t(t)$ - prąd twornika generatora,
- R_t - rezystancja twornika generatora,

ponadto do celów obliczeniowych:

- k_1 - współczynnik wzmocnienia regulatora P,
- k_2 - stała generatora, zależna od obrotów twornika i konstrukcji generatora,
- E_g - SEM generatora przy stałych obrotach i stałym prądzie wzbudzenia,



Rys. 5.3. Układ regulacji napięcia generatora

Podstawowe zależności matematyczne opisujące układ z rys. 5.3.:

- równanie sumatora:

$$e(t) = u_z(t) - u(t); \quad (5.20)$$

- równanie wzmacniacza:

$$u_w(t) = k_1 \cdot e(t); \quad (5.21)$$

- równanie obwodu wzbudzenia generatora:

$$L_w \frac{di_w(t)}{dt} + R_w \cdot i_w(t) = u_w(t); \quad (5.22)$$

- równanie twornika generatora:

$$e_g(t) = k_2 \cdot i_w(t); \quad (5.23)$$

- napięcie na zaciskach obciążenia generatora (napięcie regulowane):

$$u(t) = e_g(t) - i_t(t) \cdot R_t; \quad (5.24)$$

Korzystając z powyższych zależności można wyprowadzić zależność na błąd ustalony w układzie regulacji. Przyjmując oznaczenia:

$$T = \frac{L_w}{R_w} \quad \text{- stała czasowa obwodu wzbudzenia,} \quad (5.25)$$

$$k_3 = \frac{I}{R_w} \quad \text{- stały współczynnik,} \quad (5.26)$$

na podstawie (5.21), (5.22) oraz (5.23) uwzględniając oznaczenia (5.25) i (5.26), SEM generatora wyraża równanie:

$$k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot e(t) - T \frac{de_g(t)}{dt} = e_g(t); \quad (5.27)$$

Oznaczając:

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3; \quad (5.28)$$

gdzie k jest **współczynnikiem wzmocnienia układu otwartego** oraz uwzględniając (5.20) i (5.24) otrzymuje się:

$$e(t) = u_z(t) - k \cdot e(t) + T \frac{de_g(t)}{dt} + R_t \cdot i_t(t); \quad (5.29)$$

Po przekształceniu błąd w układzie wyraża zależność:

$$e(t) = \frac{u_z(t)}{1+k} + \frac{T \frac{de_g(t)}{dt} + R_t \cdot i_t(t)}{1+k}; \quad (5.30)$$

Wartość zadana w rozważanym układzie ma wartość stałą. Można ją analizować jak sygnał skokowy:

$$u_z(t) = U_z \Rightarrow U_z(s) = \frac{U_z}{s}; \quad (5.31)$$

Podobnie, prąd obciążenia jest stały:

$$i_t(t) = const \Rightarrow L\{R_t i_t(t)\} = \frac{R_t I_t}{s}; \quad (5.32)$$

Na podstawie (5.30) i przy założeniach (5.31) oraz (5.32) transformata błędu w układzie ma postać:

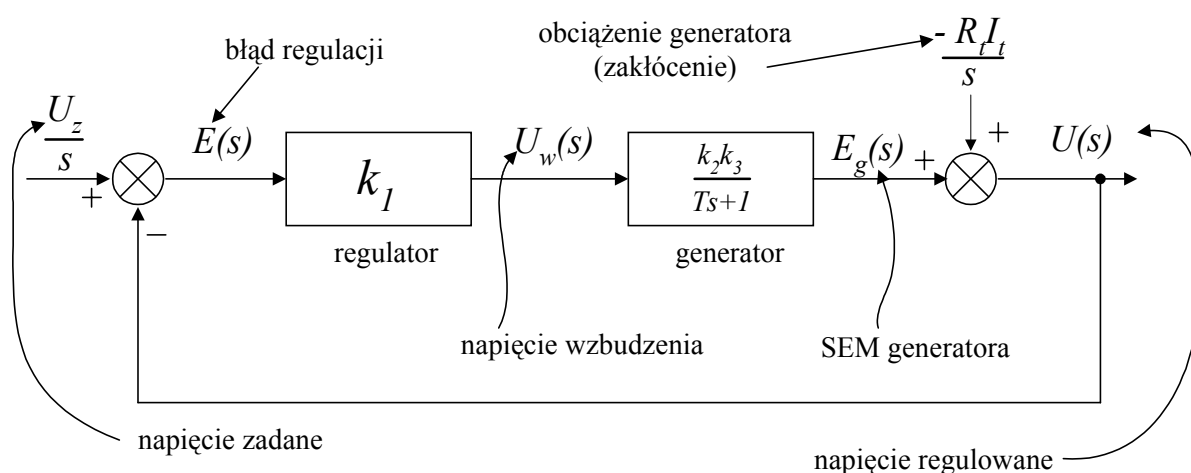
$$E(s) = \frac{U_z}{s} + \frac{s \cdot T \cdot E_g(s) + \frac{R_t I_t}{s}}{1+k}; \quad (5.33)$$

natomiast błąd ustalony, na podstawie twierdzenia granicznego wynosi:

$$e_u = \lim_{s \rightarrow 0} s \left\{ \frac{U_z}{s} + \frac{s \cdot T \cdot E_g(s) + \frac{R_t I_t}{s}}{1+k} \right\}; \quad (5.34)$$

$$e_u = \frac{U_z}{1+k} + \frac{R_t \cdot I_t}{1+k} = e_{u1} + e_{u2}; \quad (5.35)$$

Na podstawie zależności (5.20) - (5.33) można układ z rys. 5.3. przedstawić w postaci blokowej:



Rys. 4. Schemat blokowy układu regulacji napięcia generatora

Zależność (5.35) można również wyprowadzić stosując rozważania z rozdziału 2.3 oraz na podstawie rys. 5.4.

Mamy bowiem:

$$E(s) = \frac{U_z}{s} - U(s); \quad (5.36)$$

$$U(s) = E_g(s) - \frac{R_t I_t}{s} = \frac{k \cdot E(s)}{Ts + 1} - \frac{R_t I_t}{s}; \quad (5.37)$$

z czego wynika:

$$\left(1 + \frac{k}{Ts + 1}\right) E(s) = \frac{U_z}{s} + \frac{R_t I_t}{s}; \quad (5.38)$$

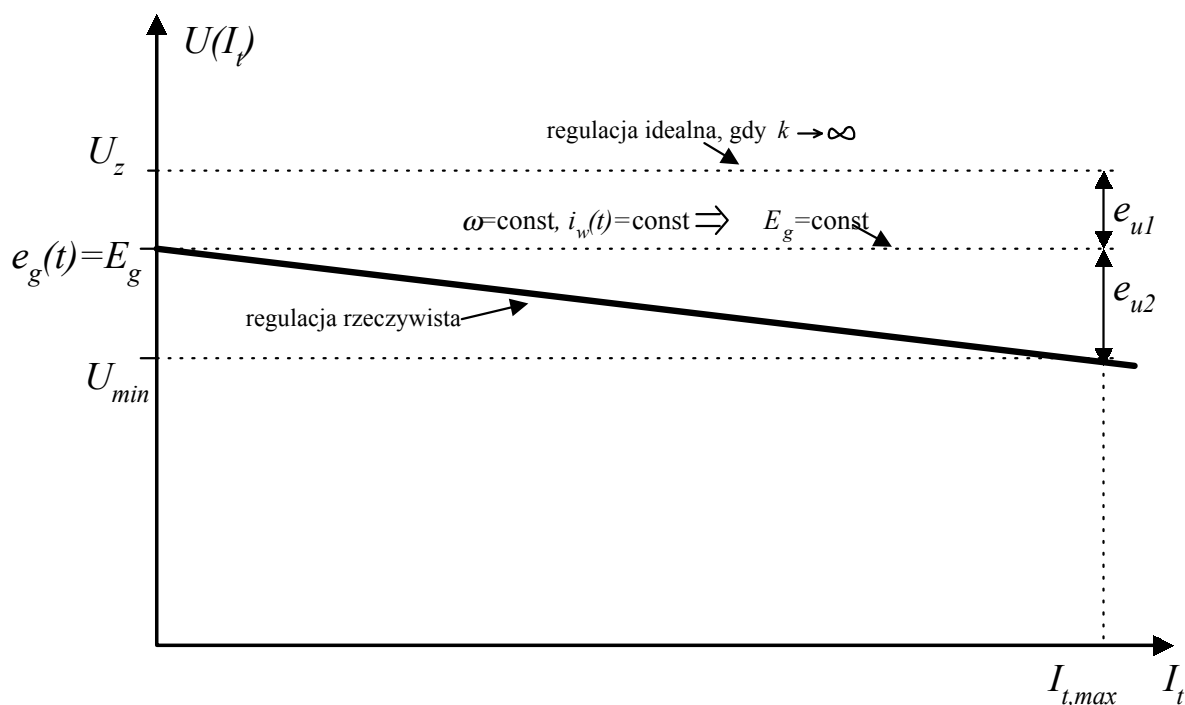
dalej:

$$E(s) = \frac{\frac{U_z}{s}}{1 + \frac{k}{Ts + 1}} + \frac{\frac{R_t I_t}{s}}{1 + \frac{k}{Ts + 1}}; \quad (5.39)$$

oraz ponownie na podstawie twierdzenia granicznego:

$$e_u = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{\frac{U_z}{s}}{1 + \frac{k}{Ts + 1}} + \frac{\frac{R_t I_t}{s}}{1 + \frac{k}{Ts + 1}} \right) = \frac{U_z}{1 + k} + \frac{R_t \cdot I_t}{1 + k} = e_{u_1} + e_{u_2}; \quad (5.40)$$

Można zauważyć, że zgodnie z przewidywaniami, wyrażenia (5.35) i (5.40) są identyczne. Interpretacja tych wyrażeń na rys. 5.5. przedstawia charakterystykę statyczną $U(I_t)$ dla rozpatrywanego układu regulacji.



Rys. 5.5. Charakterystyka statyczna układu regulacji

Jak widać na rysunku całkowity błąd regulacji składa się ze składowej zależnej od wartości zadanej - e_{u1} oraz od składowej zależnej od prądu obciążenia - e_{u2} . Zgodnie z zależnością (5.40) obie składowe dążą do zera gdy współczynnik wzmocnienia układu otwartego dąży do nieskończoności. Mamy wówczas regulację idealną. Należy jednak zaznaczyć, że współczynnik ten nie może przyjmować dowolnie wielkiej wartości z uwagi na granicę stabilności układu zamkniętego. W praktyce więc, aby zniwelować błąd regulacji wprowadza się układy całkujące do regulatora (układ astatyczny), kosztem jego komplikacji i parametrów dynamicznych regulacji.

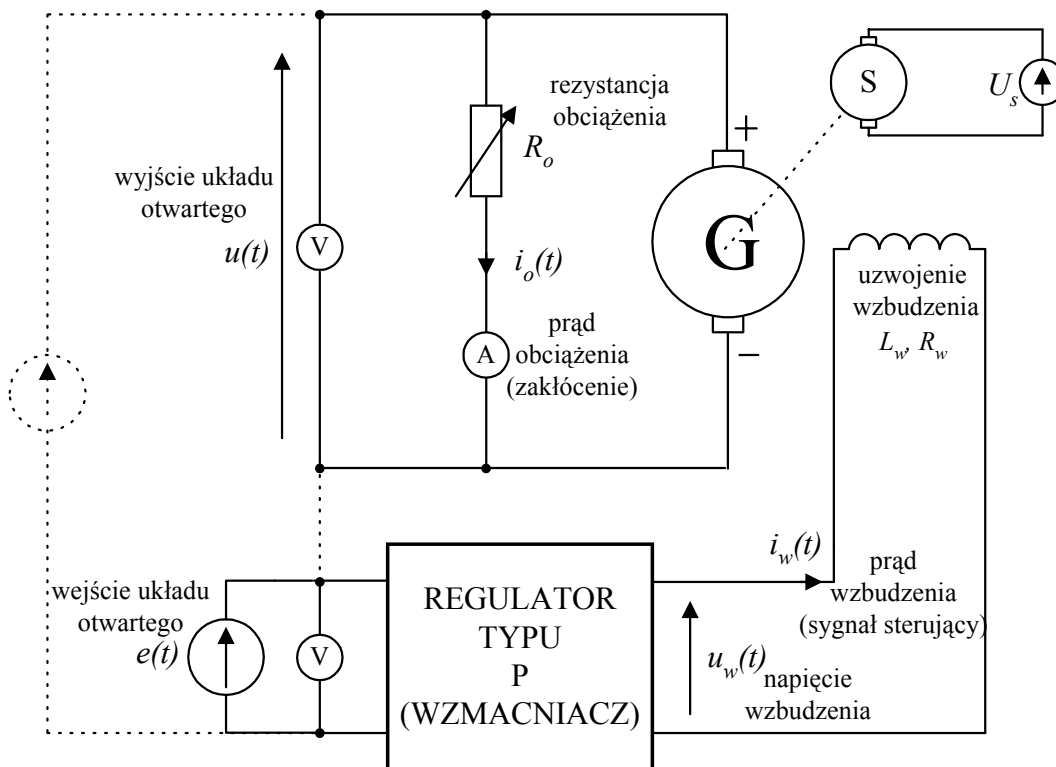
3. Przebieg ćwiczenia

3.1. Schemat stanowiska laboratoryjnego

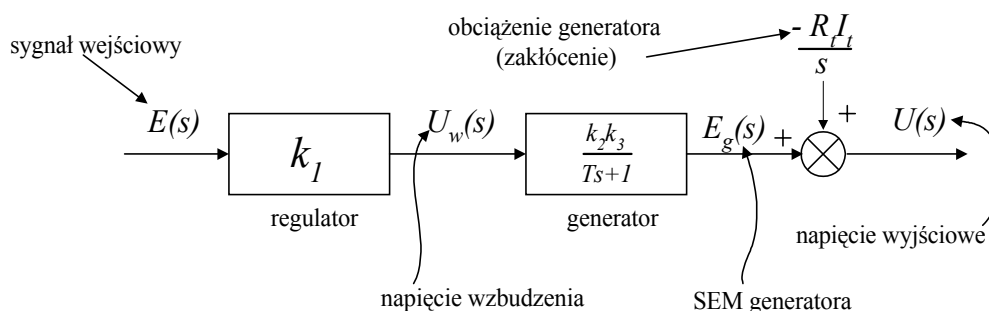
- 1 Pod kierunkiem prowadzącego ćwiczenie laboratoryjne zapoznać się z elementami stanowiska laboratoryjnego.
- 2 Zestawić układ pomiarowy zgodnie z rys. 5.6.

UWAGA: Jako obciążenie generatora zastosowano opornik dekadowy. **Wszystkie** zakresy opornika należy wstępnie ustawić na **wartości maksymalne**. W celu uniknięcia awarii (zwarcia) podczas nastawiania R_0 należy zwracać uwagę, aby w przypadku zerowania sekcji o danym mnożniku ustawienia wszystkich sekcji o mnożnikach mniejszych były maksymalne.

Przykład: Gdy zmieniamy ustawienia **sekcji x100 z 1 na 0**, pozostałe sekcje o mnożnikach **poniżej 100** (tzn.: x10 ; x1;x0.1) powinny być ustawione w pozycji **9**.



Rys. 5.6. Układ regulacji w stanie pracy z otwartą pętlą sprzężenia zwrotnego



Rys 5.7. Schemat blokowy układu z otwartą pętlą sprzężenia zwrotnego

3.2. Badanie układu otwartego

1. Ustawić wzmocnienie regulatora P w pozycji odpowiadającej wzmocnieniu minimalnemu (ustawienie wzmocnienia układu otwartego na wartość k_{min}).
2. Ustawić zasilania silnika napędzającego generator na wartość $U_s=120V$ AC.
3. Regulować prąd obciążenia opornikiem dekadowym tak, aby uzyskać dla poszczególnych pomiarów wartości prądu podane w tabeli. Wyniki pomiarów notować w tabeli.
4. Ustawić prąd obciążenia na wartość 0.
5. Ustawić wzmocnienie regulatora P w pozycji odpowiadającej wzmocnieniu maksymalnemu (ustawienie wzmocnienia układu otwartego na wartość k_{max}).
6. Regulować prąd obciążenia opornikiem dekadowym tak, aby uzyskać dla poszczególnych pomiarów wartości prądu podane w tabeli. Wyniki pomiarów notować w tabeli.

Tabela pomiarów dla układu otwartego

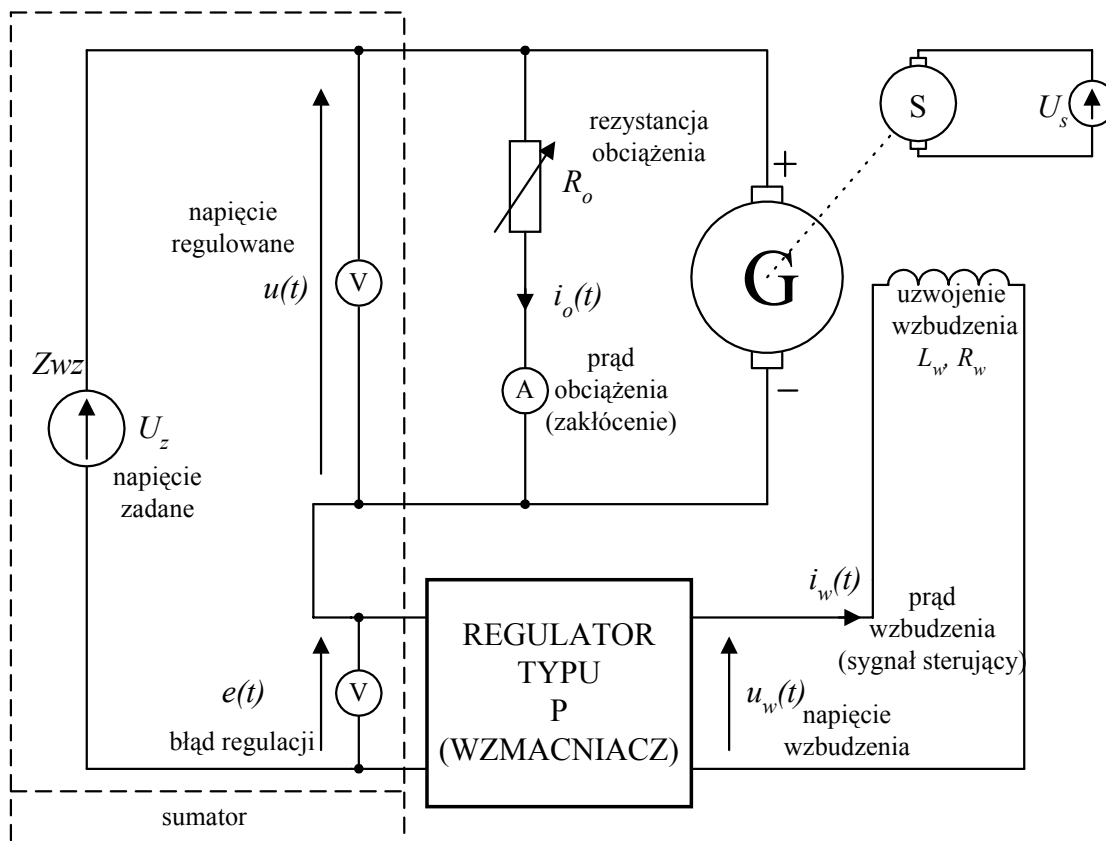
k_{max}			k_{min}		
$e(t)= \dots\dots[V]$			$e(t)= \dots\dots[V]$		
Lp.	$I [mA]$	$U[V]$	Lp.	$I [mA]$	$U[V]$
1	0	$E_g=$	1	0	$E_g=$
2	10		2	10	
3	20		3	20	
4	30		4	30	
5	40		5	40	
6	50		6	50	
7	60		7	60	
8	70		8	70	
9	75		9	75	

3.3. Badanie układu zamkniętego

1. Na podstawie pomiarów w p. 3.2 wyznaczyć k_{min} oraz k_{max} .
2. Zestawić układ pomiarowy zgodnie z rys. 5.8.
3. Ustawić napięcie zadane na wartość $U_z=12 V$.
4. Ustawić wzmacnienie regulatora P w pozycji odpowiadającej wzmacnieniu k_{min} .
5. Ustawić zasilania silnika napędzającego generator na wartość $U_s=120V AC$.
6. Regulować prąd obciążenia opornikiem dekadowym tak, aby uzyskać dla poszczególnych pomiarów wartości prądu podane w tabeli. Wyniki pomiarów notować w tabeli.
7. Ustawić prąd obciążenia na wartość 0.
8. Ustawić wzmacnienie regulatora P w pozycji odpowiadającej wzmacnieniu k_{max} .
9. Regulować prąd obciążenia opornikiem dekadowym tak, aby uzyskać dla poszczególnych pomiarów wartości prądu podane w tabeli. Wyniki pomiarów notować w tabeli.
10. Rozłączyć elementy stanowiska.

Tabela pomiarów dla układu zamkniętego

$U_z= \dots\dots\dots [V]; k_{min}= \dots\dots\dots;$						$U_z= \dots\dots\dots [V]; k_{max}= \dots\dots\dots;$					
Lp.	$U[V]$	$I[mA]$	$e_{u1}[V]$	$e_u[V]$	$e_{u2}[V]$	Lp.	$U[V]$	$I[mA]$	$e_{u1}[V]$	$e_u[V]$	$e_{u2}[V]$
1		0			0	1		0			0
2		10				2		10			
3		20				3		20			
4		30				4		30			
5		40				5		40			
6		50				6		50			
7		60				7		60			
8		70				8		70			
9		75				9		75			



Rys. 5.8. Układ regulacji w stanie pracy z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego

4. Opracowanie sprawozdania

Wszystkie zadania wyznaczone w punktach 4.1 i 4.2 należy wykonać dla k_{min} i k_{max} .

4.1. Układ otwarty:

1. Na podstawie pomiarów w p. 3.2 wyznaczyć współczynnik wzmocnienia układu otwartego.
2. Wykreślić charakterystykę $U(I_t)$ dla układu otwartego.
3. Wyznaczyć różnicę napięć wyjściowych, między stanem biegu jałowego generatora a stanem maksymalnego obciążenia.

4.2. Układ zamknięty:

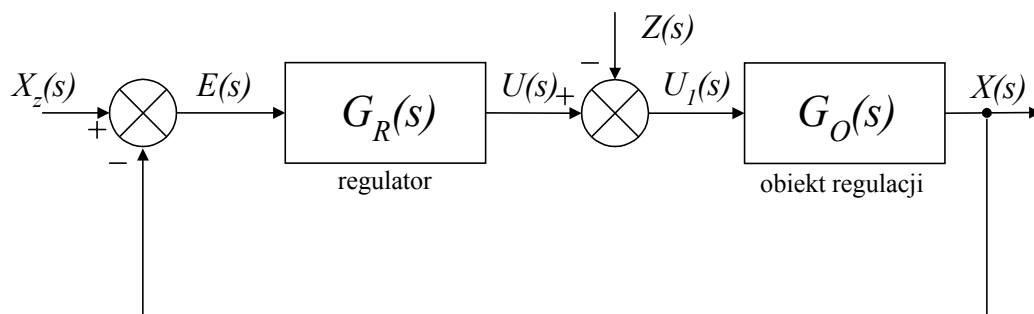
1. Na podstawie pomiarów w p. 3.3 wyznaczyć współczynnik statyzmu układu.
2. Na jednym wykresie wyznaczyć charakterystyki: $e(I_t)$, $e_{u2}(I_t)$. Oznaczyć składowe błędy całkowitego.
3. Wykreślić charakterystykę $U(I_t)$ na tym samym arkuszu co w p. 4.1 p.p. 2, wyliczyć i zaznaczyć na wykresie błędy ustalone przy maksymalnym obciążeniu generatora.
4. Wyznaczyć różnicę napięć wyjściowych, między stanem biegu jałowego generatora a stanem maksymalnego obciążenia. Porównać wyniki uzyskane w układzie otwartym.

Ważniejsze wzory:

$$k = \frac{E_g}{e(t)}; \text{ - współczynnik wzmocnienia układu otwartego (rys. 5.6),}$$

$$e_{u2} = e_u - e_{u1}; \text{ - składowa błędu od zakłócenia,}$$

Zadanie do rozwiązania: Na podstawie schematu blokowego na rysunku 5.9 wyprowadzić wzór określający transmitancję błędu $E(s)$ w funkcji wartości zadanej $X_z(s)$ oraz zakłócenia $Z(s)$. Zakładając wymuszenie skokowe dla wartości zadanej ($X_z(s) = a \cdot \mathbf{1}(t)$) oraz wymuszenia ($Z(s) = b \cdot \mathbf{1}(t)$) wyprowadzić wzór na błąd ustalony.



Rys 5.9. Schemat blokowy układu regulacji - zadanie do rozwiązania

5. Literatura

1. J. Mazurek, H. Vogt, W. Żydanowicz: „Podstawy automatyki”, Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, 1996.
2. P. de Larminat, Y. Thomas: "Automatyka - układy liniowe" TOM 1, TOM3 WNT Warszawa 1983.
3. Red. W. Findeisen: „Poradnik inżyniera. Automatyka”, WNT, Warszawa 1973.
4. T. Kaczorek: „Teoria układów regulacji automatycznej”, WNT, Warszawa 1974.
5. W. Findeisen: „Technika regulacji automatycznej”, PWN, Warszawa 1978.
6. W. Pełczewski: „Teoria sterowania”, WNT, Warszawa, 1980.

Częstochowa, 1999-2003